Dimitrios Konidaris

The history of Mathematics and Exact Sciences in antiquity: Discrimination and aposiopesis



Athens 2020

Ιστορία των θετικών τεχνών και επιστημών κατά την Αρχαιότητα: αποσιώπηση και μεροληψία

Dimitrios N. Konidaris

THE HISTORY OF MATHEMATICS AND EXACT SCIENCES IN ANTIQUITY: DISCRIMINATION AND APOSIOPESIS

Athens 2020

πρώτη έκδοση 2020
ISBN 978-618-84901-2-3

Αθήνα

https://independent.academia.edu/dimkonidaris

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Αντί προλόγου

Η ιδέα για την συγγραφή του βιβλίου γεννήθηκε με αφορμή την γνωριμία μου με τα όσα διδάκονται για την *Ιστορία των Μαθηματικών* οι φοιτητές του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, προσφάτως απλώς Πανεπιστημίου Αθηνών. Το βιβλίο ευελπιστεί να παράσχει μιάν εναλλακτική προσέγγιση του θέματος που σκοπόν δεν θα έχει να υποβαθμίσει την Ελληνική συνεισφορά στα Μαθηματικά αλλά να υπηρετήσει την επιστημονική αλήθεια.

ΠΡΩΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

1. Γενικά

Η ιστορία των επιστημών, ιδιαίτερα μάλιστα αυτή των θετικών, έχει λειτουργήσει αντικειμενικά, ήτοι ανεξαρτήτως των προθέσεων των ιστορικών, κατά τρόπον ο οποίος επηρεάζει έμμεσα τα υπάρχοντα πρότυπα, αλλά και αυτήν ακόμη την κατεύθυνση των εν γένει εξελίξεων. Ως εκ τούτου είναι το κυρίαρχο αφήγημα για το παρελθόν αυτό που κυρίως διαδίδεται στο κοινό, χρησιμοποιούμενο ενίοτε προκειμένου να υπηρετηθούν επιδιώξεις και να παραχθούν αντίστοιχα ιδεολογικά, πολιτιστικά και εν τέλει πολιτικά αποτελέσματα, να κατεδαφιστούν πρότυπα και να προωθηθούν άλλα. Τα κυριαρχούντα εκάστοτε πρότυπα, άλλωστε, συνιστούν δυνάμεις οι οποίες δρούν στον πνευματικό στίβο, επηρεάζοντας τις εξελίξεις, βέβαια μαζύ με πληθώρα άλλων παραγόντων. Η διαδικασία αυτή, χαρακτηριζόμενη εκ του αποτελέσματός της όπως προηγουμένως στην εισαγωγική πρότασή μας, δεν θεωρείται ότι συνιστά το αποτέλεσμα εκούσιας δράσεως από τους ερευνητές, αφού συνήθως προκύπτει από την 'ελεύθερη' προσωπική επιλογή τους στα

πλαίσια, όμως, των αλληλεξαρτήσεων και επιρροών του πολυπαραγοντικού κόσμου μας!

Όπως στην αρχαιολογία, εν γένει, έτσι και στην μελέτη της ιστορίας των θετικών επιστημών ειδικώτερα, είναι παρούσα και θορυβώδης η πλευρά εκείνη που στα πλαίσια της *αναζητήσεως της αλήθειας*, της *προωθήσεως της ισότητος* και της *υπερβάσεως αναχρονιστικών αγκυλώσεων* έρχεται να υποστηρίξει και να προωθήσει την εκθρόνιση στοιχείων τα οποία εθεωρήθηκαν θεμελιώδη για τον Δυτικό πολιτισμό. Πρόκειται συγκεκριμένα για την άποψη που υποστηρίζει την θέση *Ex Oriente Lux*, ότι δηλαδή το πολιτιστικό φώς προέρχεται 'κατ' ανάγκην' από την Ανατολή, ανεξάρτητα αν τα τεκμήρια υποστηρίζουν μια τέτοια θέση ή όχι, υπακούοντας ασυνείδητα στις επιταγές μιάς πολιτικής ορθότητας που απειλεί να ποδηγετήσει την ανεξάρτητη επιστημονική έρευνα.

Ο van der Waerden στο κλασικό έργο του *Η Αφύπνιση της Επιστήμης* θέτει ως σκοπό *του να εξηγήσει*:

"– Πώς ο Θαλής και ο Πυθαγόρας είχαν μεν ως αφετηρία τα βαβυλωνιακά μαθηματικά, τους προσέδωσαν, όμως, έναν τελείως διαφορετικό, καθαρά ελληνικό χαρακτήρα.

– Πώς, τόσο στους κόλπους της σχολής των Πυθαγορείων όσο και εκτός αυτής, τα μαθηματικά γνώρισαν μια ολοένα μεγαλύτερη ανάπτυξη και έφθασαν βαθμιαία στο σημείο να ικανοποιούν τις απαιτήσεις της πιο αυστηρής λογικής.

– Πώς μέσα από το έργο των φίλων του Πλάτωνος Θεαίτητου και Εύδοξου, τα μαθηματικά έφθασαν στην κατάσταση της τελειότητας, του κάλλους και της ακρίβειας, που θαυμάζουμε στα Στοιχεία του Ευκλείδη."[1]

Στο ίδιο έργο περιγράφεται επίσης *"πως η μαθηματική μέθοδος αποδείξεως χρησίμευσε ως υπόδειγμα για την διαλεκτική του Πλάτωνος και για τη λογική του Αριστοτέλους"*.[2]

Με ανάλογη διάθεση, *έχοντας βαρεθεί με τα Ελληνικά Μαθηματικά*[3] και σκοπεύοντας να *υποσκάψει τον παραδοσιακό σεβασμό των Γερμανών για την Πλατωνική και εν γένει την Ελληνική φιλοσοφία*,[4] ο άλλος σημαντικός και προικισμένος ερευνητής Neugebauer εμφανίζεται με το όραμα να ξαναγράψει την ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών.[5] Χαρακτηριστικός της αρνητικής διαθέσεώς του απέναντι στην Ελληνική φιλοσοφία και τον Πλάτωνα είναι ο άκομψος και έντονα υποτιμητικός τρόπος[6] με τον οποίο έχει αναφερθεί ο παραπάνω σε ασαφές και *μεταφυσικό* απόσπασμα από την Πλατωνική *Πολιτεία* (Plat. *Rep.* 8.546b κ.ε.)![7] Για αυτήν την άτυχη στιγμή του Neugebauer θα προσθέταμε μόνον ότι η μεροληψία και η εμπάθεια δεν αποτελούν καλόν σύμβουλο της επιστημονικής έρευνας, ούτε η υιοθέτηση όρων όπως *καβαλλιστικός* για τον Πλάτωνα,[8] όχι όμως για τα Βαβυλωνιακά - Χαλδαιικά κείμενα ούτε για τα απόκρυφα του Ενώχ με τα οποία επισταμένως ασχολήθηκε ο ίδιος[9] ...

Έχει βάσιμα υποστηριχθεί ότι με βάση τις πράγματι κοπιώδεις έρευνες του προαναφερθέντος αλλά και του Thureau-Dangon ήδη από τις αρχές του εικοστού αιώνα άρχισε να διαμορφώνεται μια νέα, πληρέστερη εικόνα των αρχαίων θετικών επιστημών, ιδιαίτερα όσον αφορά στα Αιγυπτιακά και κυρίως τα Μεσοποταμιακά μαθηματικά.[10] Από τις αρχές της δεκαετίας του 1930, οι μελέτες του των Βαβυλωνιακών κειμένων και η δημοσίευσή τους[11] οδήγησαν μερίδα μελετητών σε μια νέα αντίληψη, η οποία θεωρούσε τα Ελληνικά

μαθηματικά της Ελληνιστικής περιόδου ως αντλούντα από την Μεσοποταμιακή παράδοση και, ακόμη, ως θυγατρικά αυτής. Για την λεγομένη '*γεωμετρική άλγεβρα*',[12] ή το γεωμετρικό ισοδύναμο αλγεβρικών προτάσεων, έγραψε πρώτος ο Zeuthen, βασιζόμενος στο γεγονός ότι στα πρώιμα Ελληνικά μαθηματικά, η γραμμή σκέψεως υπήρξε πάντα αλγεβρική, η δε διατύπωση, η ορολογία αλλά και κατά περίπτωση η μεθοδολογία 'αποκοπής και επικολλήσεως' συχνά γεωμετρική.[13]

Έχει την σημασία του εν προκειμένω να σημειώσουμε ότι και ο van der Waerden θεώρησε την λεγομένη *Ελληνική γεωμετρική άλγεβρα* ως μετάφραση της Βαβυλωνιακής άλγεβρας στην γλώσσα της γεωμετρίας,[14] για να τροποποιήσει μερικώς αυτήν του την άποψη θεωρώντας την τελικώς αποτέλεσμα συνθέσεως μεταξύ παλαιότερων γεωμετρικών παραδόσεων και της Βαβυλωνιακής άλγεβρας![15] Ενδεικτική μιάς κάποιας μεροληψίας αυτού του Ολλανδού ιστορικού μπορεί άλλωστε να θεωρηθεί η άποψή του ότι το βιβλίο *Μετρικά* του Ήρωνος υπήρξε ένα *πολύ παιδαριώδες μικρό βιβλίο*![16]

Την συσχέτιση της *Ελληνικής γεωμετρικής άλγεβρας* με την Βαβυλωνιακή έχει υποστηρίξει και ο Neugebauer,[17] αναφερόμενος χαρακτηριστικά στις Ευκλείδειες προτάσεις Euc. 1.Prop.44 και Euc. 6.Prop.27-29 των *Στοιχείων*, ενώ και οι προτάσεις 84 και 85 των *Δεδομένων*, έχουν ευρεθεί ότι αφορούν σε προβλήματα αντίστοιχα των παλαιο – Βαβυλωνιακών μαθηματικών. Πράγματι οι προτάσεις 84 και 85 εκφραζόμενες αλγεβρικά με τον σύγχρονο συμβολισμό μας ως:[18]

$x-y = a$ (ή $x+y = a$, για την πρόταση 85)

$x\,y = b^2$

αναφέρονται σε πρόβλημα του ίδιου τύπου με αυτό που περιγράφεται και επιλύεται πρώτο στην σφηνοειδή πινακίδα BM 34568 της περιόδου των Σελευκιδών,[19] όπως και σε άλλες της πρώτης Βαβυλωνιακής περιόδου.[20] Σε μιαν άλλη χαρακτηριστική περίπτωση το πρώτο πρόβλημα της παλαιο – Βαβυλωνιακής πινακίδας BM 13901 εμφανίζεται παρόμοιο με την πρόταση 6 του δευτέρου βιβλίου των Ευκλείδειων *Στοιχείων* (Euc. 2.Prop.6),[21] για την λύση του οποίου μάλιστα ευρίσκει την εφαρμογή της η μέθοδος *αποκοπής και επικολλήσεως* επιφανειών![22] Είναι χαρακτηριστικό, λοιπόν, ότι σε σειρά προβλημάτων των παλαιο – Βαβυλωνιακών πινακίδων η ορολογία είναι γεωμετρική, αναφερόμενη σε πλευρές τριγώνου ή τραπεζίου, σε επιφάνεια κ.λπ., όμως ο χειρισμός είναι σαφώς αλγεβρικός.[23] Έτσι από τον Neugebauer έχει υποστηριχθεί ότι η ελληνική τάση για γεωμετρία συνιστά παλινδρομικό βήμα στην φυσική εξέλιξη των θετικών επιστημών, απετέλεσε δηλαδή επιστροφή στην παλαιότερη Βαβυλωνιακή προσέγγιση, χωρίς αυτό να σημαίνει, κατά τους σχολιαστές του πάντα, ότι είχε υποτιμητική γνώμη για τα *Στοιχεία* του Ευκλείδη.[24]

Οι απόψεις των van der Waerden, Neugebauer κ.α. που ανάγουν την γεωμετρική άλγεβρα του Ευκλείδη στην Βαβυλωνιακή άλγεβρα συνάντησαν την αντίδραση σειράς μελετητών, όπως οι Unguru,[25] Fowler[26] κ.ά.[27] Ενδεικτικά ο Fowler έχει υποστηρίξει την απόλυτη έλλειψη άμεσων αποδείξεων για άσκηση επιρροής από πλευράς των παλαιο – Βαβυλωνιακών αριθμητικών τεχνικών στα Ελληνικά μαθηματικά.[28] Χωρίς να εξαντλούμε το θέμα της κριτικής που ασκήθηκε στους παραπάνω σημειώνουμε, κλείνοντας, την έκπληξη του Sarton για το πώς θα μπορούσε η Neugebauer να γράψει ένα βιβλίο με θέμα

τις θετικές επιστήμες στην αρχαιότητα και ουσιαστικά να αγνοήσει τα επιτεύγματα των Ελλήνων, συμπληρώνοντας ότι αυτό θα ήταν συγκρίσιμο με το γράψιμο ενός έργου με τίτλο Hamlet, μη αναφερόμενο στο πρόσωπο του ίδιου του Hamlet![29]

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι αμφότεροι οι προαναφερθέντες μελετητές της ιστορίας των Μαθηματικών και των θετικών επιστημών εν γένει έχουν συγγράψει τα κύρια έργα τους το 1954 ο Van der Waerden και το 1957 ο Neugebauer, με ελάσσονες προσθήκες ή τροποποιήσεις στις νεώτερες εκδόσεις. Αμφότεροι δεν έχουν συμπεριλάβει καμμία αναφορά στην Μινωική Κρήτη και την όποια συνεισφορά της στα μαθηματικά,[30] πολύ περισσότερο δε έχουν τηρήσει πλήρη σιγή για την αριθμητική της Νεολιθικής από τον πολιτιστικό κύκλο της Χερσονήσου του Αίμου, την Θεσσαλία ή την Ανατολία, ενώ αγνοούν και τον άλλο μεγάλο πολιτισμό της Βακτρίας - Μαργιανής, ανακαλυφθέντα κατά την δεκαετία του 1970. Είναι χαρακτηριστικό, άλλωστε, ότι σύμφωνα με τον Waerden οι Έλληνες εισήλθαν στην σκηνή της μαθηματικής έρευνας και γνώσεως κατά τα μέσα της τελευταίας προ – Χριστιανικής χιλιετίας,[31] μηδενίζοντας έτσι κάθε προηγούμενη προσπάθεια και γνώση των Αιγαίων.

Αυτή η αποσιώπηση όμως φαίνεται ότι αφορούσε μόνον τις προαναφερθείσες περιοχές και πολιτιστικά σχήματα, μιάς και ο Van der Waerden σε νεώτερη εργασία του αποπειρώμενος να ανασυνθέσει την ιστορία της μαθηματικής ‘επιστήμης’ φαίνεται να ανακαλύπτει τις πηγές της στην κεντρική Ευρώπη της Νεολιθικής εποχής, μεταξύ 3000 και 2500 π.Χ. Σύμφωνα με την ίδια αφήγηση, αυτή η μαθηματική γνώση διαθόθηκε εν συνεχεία στην

Βρετανία, Εγγύς Ανατολή, Ινδία και Κίνα, στα κείμενα της οποίας υποστηρίζεται, μάλιστα, ότι φιλοξενείται αυτή ακριβώς η 'επιστήμη'.[32]

Η νεοφανής και παράδοξη αυτή θεωρία υιοθετούσα εξαιρετικώς αδύναμα επιχειρήματα[33] επιχειρεί να αποδώσει την ανάπτυξη της μαθηματικής 'επιστήμης' στους κατασκευαστές των μεγαλιθικών έργων της Ευρώπης, παραβλέποντας πολύ πιο ανεπτυγμένες πολιτιστικές ενότητες, όπως την Μεσοποταμία, της Χερσονήσου του Αίμου, την Ανατολία, την Κρήτη και τις Κυκλάδες κ.α.

ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

2. Αιγυπτιακός πολιτισμός

Απέναντι στον Αιγυπτιακό πολιτισμό οι πλείστοι ερευνητές ακολουθούν την πεπατημένη που θέλει τα επιτεύγματά του να υπερτιμώνται. Έτσι ο Χριστιανίδης σημειώνει ότι στην Αίγυπτο, μεταξύ 3500 και 3000 π.Χ, έλαβε χώραν η πρώτη '*αστική*' επανάσταση,[34] μεταφράζοντας με τον αδόκιμο αυτόν όρο την ραγδαία αστικοποίηση,[35] ήτοι την δημιουργία αστικών οικιστικών κέντρων. Όμως το φαινόμενο της ραγδαίας αστικοποιήσεως στην συγκεκριμένη περιοχή δεν εκφράσθηκε έντονα, σε αντίθεση με ότι συνέβη στην Μεσοποταμία,[36] αφού έως την Ελληνιστική περίοδο και μέχρι την ανάπτυξη της Αλεξανδρείας, αυτή εστερείτο μείζονος αστικού κέντρου.[37] Η αστικοποίηση στην χώρα του Νείλου καθυστέρησε την εμφάνισή της, υπήρξε δε και μικρής κλίμακας εν σχέσει, επί παραδείγματι, με τον Ελλαδικό χώρο. Πράγματι ενώ ήδη περί το 5000 π.Χ. στο Σέσκλο ανθούσε οικισμός 5000 κατοίκων σε έκταση περί τα 200 χιλ. τ.μ. στην Αίγυπτο δύο χιλιάδες χρόνια αργότερα οι σημαντικοί

οικισμοί Merimda Beni Salama και Maadi διέθεταν περίπου 2000 κατοίκους έκαστος στερούμενοι, όμως, εμφανών ενδείξεων κοινωνικής διαφοροποιήσεως, όσους περίπου και η Ιεράκωνπόλις και η Naqada, κέντρο του ομώνυμου προδυναστικού πολιτιστικού κύκλου![38] Είναι χαρακτηριστικό ότι νεώτερες χρονολογήσεις τοποθετούν την εμφάνιση μόνιμων οικισμών στην Αίγυπτο και την εγκατάλειψη του νομαδισμού στην βραχεία περίοδο μετά το 3800 π.Χ. περίπου, με την διαδικασία να ακολουθείται από την ίδρυση κεντρικής κρατικής οντότητος περί το 3100 π.Χ.[39] Άλλωστε θα πρέπει να επισημανθεί ότι η Αίγυπτος άργησε να εισέλθη στην Νεολιθική Εποχή κατά δύο χιλιετίες περίπου εν σχέσει πρός το Αιγαίο,[40] ενώ καθυστέρηση υπήρξε και στην εμφάνιση της γεωργίας,[41] την έναρξη της Εποχής του Χαλκού αλλά και του Σιδήρου,[42] με την τελευταία να εγκαινιάζεται από τους Φιλισταίους.[43]

Όσον αφορά στο κύριο θέμα μας σημειώνουμε την πρώιμη ανάπτυξη στην Αίγυπτο της Αριθμητικής και Μαθηματικής τέχνης, η οποία υπηρέτησε τις πρακτικές ανάγκες της εποχής, δεν κατόρθωσε όμως να ανέλθει ποτέ στο επίπεδο της επιστήμης, αφού δεν διανοήθηκε να ασχοληθεί με την γενίκευση και την απόδειξη των προτάσεων. Οι πηγές μας για τα Αιγυπτιακά μαθηματικά συνίστανται σε δύο κυρίως παπύρους γραμμένους στην ιερατική γραφή και χρονολογούμενους στην περίοδο κυριαρχίας των Amu (Hyksos), κατά τον δέκατο έκτο αι. π.Χ. Πρόκειται για τον πάπυρο Rhind[44] και τον παλαιότερο πάπυρο της Μόσχας (MMP 10).[45]

Οι Αιγύπτιοι αναγνώριζαν μόνον τους ακεραίους καθώς και τα κλάσματα με αριθμητή την μονάδα, με την εξαίρεση του κλάσματος 2/3, ομοιάζοντας έτσι κατά τούτο με τους Μινωίτες στους οποίους εκτιμάται ότι

μετέδωσαν τις σχετικές γνώσεις τους. Κάθε ρητός αριθμός μικρότερος της μονάδος εκφραζόταν ως το άθροισμα πεπερασμένου αριθμού κλασμάτων με αριθμητή την μονάδα και παρονομαστές που βαίνουν αυξανόμενοι, αυτό δε το ανάπτυγμα ονομάζεται σήμερα *Αιγυπτιακό κλάσμα*. Οι Αιγύπτιοι ήταν σε θέση να πραγματοποιούν τις τέσσερεις πράξεις, επιπρόσθετα δε να επιλύουν γραμμικές εξισώσεις με έναν άγνωστο (υπολογισμοί *aha*), κατά περίπτωση δε και με δύο. Σύμφωνα πάντως με την αυστηρή διατύπωση του Neugebauer τα Αιγυπτιακά μαθηματικά δεν συνεισέφεραν θετικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσεως.[46]

Από την πλευρά του ο van der Waerden εμφανίζεται θαυμαστής των Αιγυπτιακών Μαθηματικών, σημειώνει δε ότι Έλληνες της κλασικής περιόδου αλλά και οι κατοπινοί αναγνώριζαν την σχετική πρωτοκαθεδρία των Αιγυπτίων, για παράδειγμα στην Γεωμετρία. Μεταξύ άλλων αναφορών που υποστηρίζουν την θέση του ο Ολλανδός μελετητής αναφέρεται και σε φράση αποδιδόμενη στον Δημόκριτο, όπου ο τελευταίος συγκρίνει τον εαυτό του με τους Αιγυπτίους αρπεδονάπτες για να σημειώσει, όμως, την δική του ανωτερότητα![47] Πώς αυτό χρησιμοποιείται για να στηρίξει την άποψη του van der Waerden δεν μας είναι κατανοητό, εκτός αν η όποια άποψή του είναι προειλημμένη και δεν χρειάζεται αποδείξεις. Από την πλευρά μας δεν αμφισβητούμε την ικανότητα των αρχαίων Αιγυπτίων να ανεγείρουν μνημειώδη έργα, απαιτούντα γνώσεις, τεχνική ικανότητα, οργάνωση και εμπειρία. Όμως σημειώνουμε ότι Μινωίτες αρχιτέκτονες φαίνεται να ήταν παρόντες στην ανέγερση μνημειακών Αιγυπτιακών έργων, όπως καταδεικνύει η ανέυρεση δύο κανόνων μετρήσεως διαγραμμισμένων σύμφωνα με το Μινωικό μέτρο στο εργοτάξιο κατασκευής της

πυραμίδας του φαραώ Sesostris της XII δυναστείας, μαζύ με κεραμεική τοπικής κατασκευής αλλά Μινωικού ύφους![48]



Εικόνα 1. Αιγύπτιοι αρπεδονάπτες

Ο Χριστιανίδης προχωρεί παραπέρα τονίζοντας ότι οι πρώτοι κάτοικοι της Αιγύπτου προέρχονταν από την αφρικανική ενδοχώρα (Σαχάρα),[49] και αναγνωρίζει ως αφρικανικές τις ρίζες του πολιτισμού.[50] Όμως πληθώρα σοβαρών ερευνητών από παλαιά έως και σύγχρονοι υπογραμμίζουν το αιφνίδιο της αναπτύξεως του πολιτισμού αυτού ιδιαίτερα από την περίοδο Naqada II,[51] και επιχειρούν διάφορες ερμηνείες. Ενδεικτικό του σχετικού προβληματισμού είναι το γεγονός ότι αρχικά υποστηρίχθηκε η άποψη ότι ο πολιτισμός απετέλεσε

έργο της λεγομένης *δυναστικής φυλής*,[52] άλλοι όμως πρότειναν την αθρόα προσέλευση ξένων στην περιοχή λόγω της υπάρξεως αποθεμάτων χρυσού[53]..

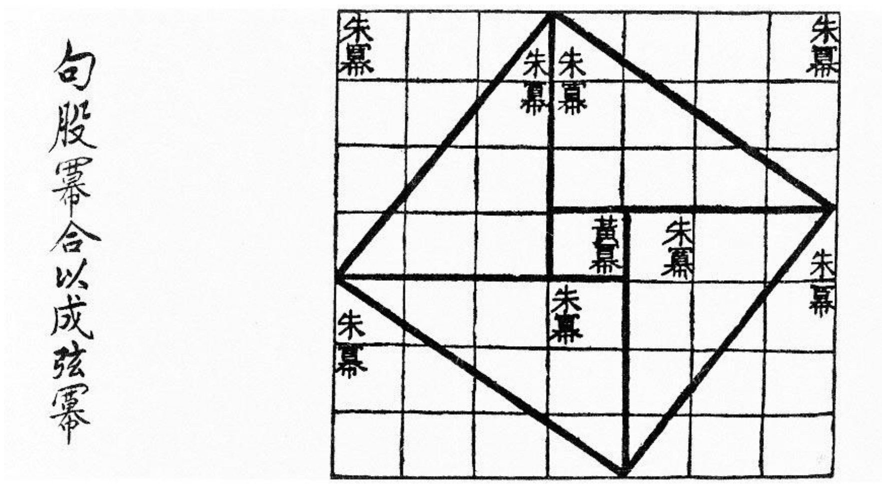
ΤΡΙΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

3. Κινεζικός πολιτισμός

Σημειώνεται εισαγωγικά ότι η Κίνα ως πολιτιστική και πολιτική κοινότητα ή συλλογικότητα εμφανίζεται μετά την εγκατάσταση της δυναστείας των Qin (221-207 π.Χ.) και την έναρξη και ωρίμανση της διαδικασίας ομογενοποιήσεως διακριτών πληθυσμών. Έτσι όταν στο παρόν χρησιμοποιείται ο όρος 'εθνικότητα' ή ακόμη και ο όρος 'Κίνα' πρίν από αυτήν την περίοδο θα πρέπει να γίνεται αντιληπτός διασταλτικά ως αντιστοιχών σε μια πραγματικότητα που διαμορφώθηκε αργότερα, ή ως απλά γεωγραφικός / περιγραφικός.[54]

Το κλασικό Κινεζικό έργο *Juizhang suanshu* ή *Εννέα κεφάλαια για την Μαθηματική τέχνη* κατείχε στην Κίνα θέση παρόμοια με εκείνη των *Στοιχείων* του Ευκλείδη στην Δύση. Το βασικό κείμενό του γράφτηκε πρίν το 100 π.Χ.,[55] την δε πρώτη δημοσίευσή του πραγματοποίησε ο Lui Hui κατά τον τρίτο αι. μ.Χ., προσθέτοντας και το δικό του σχόλιο. Το έργο, ήδη μεταφρασμένο στην

Αγγλική και σχολιασμένο,[56] περιλαμβάνει σειρά μαθηματικών και άλλων προβλημάτων κατά θέμα, ακολουθώντας από την άποψη αυτή το Αιγυπτιακό και Βαβυλωνιακό προηγούμενο παραθέσεως λύσεων άνευ αποδείξεως. Η γνωστή σταθερά π εκτιμάται στο έργο ίση με 3,[57] ενώ παρέχεται και γεωμετρική πρακτική ‘απόδειξη’ του Πυθαγορείου κανόνα (;).[58] Επί του θέματος της χρονολογήσεως του περιεχομένου του *Juizhang suanshu* μερίδα μελετητών, κυρίως Κινέζοι, έχουν την τάση να θεωρούν ότι κάποια από τα περιεχόμενα χρονολογούνται από τον δέκατο αι. π.Χ.,[59] άποψη που όμως κρίνεται υπερβολική και δεν γίνεται δεκτή![60] Πάντως η συνεισφορά των Κινέζων στην ανάπτυξη των Μαθηματικών, τουλάχιστον κατά την προ – Χριστιανική περίοδο, κρίνεται μικρή.[61]



Εικόνα 2. Γεωμετρική απόδειξη του Πυθαγορείου κανόνα (Gougu)

ΤΕΤΑΡΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

4. Βαβυλωνιακά μαθηματικά

Σύμφωνα και με την συνθετική εργασία του Neugebauer (Mathematische Keilschrift-Texte, MKT) από την παλαιο – Βαβυλωνιακή περίοδο (2000-1600 π.Χ.)[62] αλλά και από την νεώτερη της περιόδου των Σελευκιδών (μετά το 300 π.Χ.)[63] η αριθμητική και μαθηματική τέχνη είχαν κατακτήσει υψηλά επίπεδα. Όπως προκύπτει από τις πινακίδες σφηνοειδούς οι οποίες έχουν φθάσει στα χέρια μας κατά το πλείστον από παράνομες ανασκαφές, στερούμενες δηλαδή σαφούς αρχαιολογικού πλαισίου, οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούσαν το εξηκονταδικό θεσιακό σύστημα αριθμήσεως, όμως εστερούντο συμβόλου για το μηδέν, μέχρι τουλάχιστον την περίοδο των Σελευκιδών. Μεταξύ των άλλων οι Βαβυλώνιοι ήταν σε θέση να επιλύουν εξισώσεις πρώτου, δευτέρου ή και ανώτερου βαθμού με έναν ή δύο αγνώστους,[64] ενώ ήταν γνώστες διαφόρων ταυτοτήτων αλλά και θεμάτων ορθογωνίου τριγώνου (Πυθαγόρειος κανόνας στην πινακίδα Plimpton 322),[65] τραπεζίου, κύκλου κ.ά.[66]

Πάντως παρ' όλον τον διαφαινόμενο θαυμασμό του προς τα Βαβυλωνιακά μαθηματικά ο Neugebauer δεν δίστασε να σημειώσει ότι αυτά δεν ξεπέρασαν ποτέ το όριο της προ - επιστημονικής σκέψεως, προσθέτοντας ότι μόνον στους τρείς τελευταίους αιώνες της ιστορίας τους, δηλαδή την περίοδο των Σελευκιδών, ο κλάδος της μαθηματικής αστρονομίας τους κατέστη ισότιμος αυτού των Ελλήνων συγχρόνων τους.[67] Μάλιστα ο ίδιος θεωρεί ότι *το κέντρο της 'αρχαίας επιστήμης' ευρίσκεται στην 'ελληνιστική' περίοδο*,[68] με τον τελευταίο επιθετικό προσδιορισμό 'ελληνιστική' εντός εισαγωγικών. Όμως εκτιμά ότι αυτή η '*μορφή επιστήμης'* προέκυψε από την συγχώνευση των κατακτήσεων και επιτευγμάτων των πολύ παλαιότερων ανατολικών πολιτισμών, για να εξαπλωθεί στην συνέχεια από την Ινδία ως την Δυτική Ευρώπη, κυριαρχώντας – κατά τον ίδιο – έως την εποχή του Νεύτωνος οπότε ανεδύθη η *σύγχρονη επιστήμη*.

Ανακεφαλαιώνοντας επισημαίνουμε ότι κατά τον Neugebauer ο Ελληνιστικός πολιτισμός οφείλει το περιεχόμενό του στους παλαιούς ανατολικούς πολιτισμούς,[69] κατά κύριον λόγο την Μεσοποταμία, υπογραμμίζουμε δε εδώ ότι η αναφορά αυτή δεν φαίνεται να περιορίζεται, έστω, στις θετικές επιστήμες, αλλά μοιάζει να επεκτείνεται σε όλες τις πολιτιστικές εκφάνσεις. Ο Ελληνιστικός πολιτισμός, επίσης, κατά τον ίδιο μελετητή αποκόπτεται από τον ευρύτερο Ελληνικό πολιτισμό, αφού άλλωστε είχε τις δικές του ρίζες στους Ανατολικούς πολιτισμούς, οι οποίοι ήκμασαν χίλια και περισσότερα χρόνια παλαιότερα![70] Περίεργη μας φαίνεται και η αναφορά του στα Ελληνικά / Ελληνιστικά Μαθηματικά ως '*μορφή επιστήμης*' σε αντιπαραβολή προς την '*σύγχρονη επιστήμη*' που γεννήθηκε με τον Νεύτωνα!

Μήπως θα πρέπει να ξαναγράψουμε την ιστορία θεωρώντας την Αναγέννηση ως επιστροφή όχι στο αρχαίο Ελληνικό πνεύμα αλλά ως αναβίωση του Μεσοποταμιακού πολιτιστικού σχήματος; Η παρατήρησή του ότι σύμφωνα με την παρούσα γνώση μας των Βαβυλωνιακών Μαθηματικών τα τελευταία από πολλές απόψεις συγκρίνονται με τα Μαθηματικά της πρώιμης Αναγεννήσεως[71] μας προξενεί κατάπληξη και ερωτηματικά: η αξιωματική γεωμετρία του Ευκλείδου έχει εξαφανιστεί από προσώπου γής, ή δεν είναι άξια αναφοράς και θα πρέπει να αντικατασταθεί από τα Μεσοποταμιακά μαθηματικά; Μήπως θα πρέπει να αλλάξουμε και το εκπαιδευτικό σύστημα, καταργώντας την απόδειξη αλλά και τον *λόγο* εν γένει, υποκαθιστώντας τα με αναπόδεικτα συνταγολόγια;



Εικόνα 3. Βαβυλωνιακή πινακίδα Plimpton 322 με μαθηματικο περιεχόμενο (https://en.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322)

ΠΕΜΠΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

5. Αιγαιακή αριθμητική και λογιστική κατά την Νεολιθική

Η επινόηση συστημάτων καταγραφής ή αριθμητικής βεβαιώνεται ακόμη και πρίν τις αρχαιότερες αποκρυπτογραφημένες γραφές,[72] αναπτύσσεται όμως σημαντικά ιδιαίτερα κατά την Νεολιθική εποχή, όπου ο όγκος πληροφοριών εκτιμάται ότι απαίτησε αποτελεσματικότερο σύστημα απομνημονεύσεως και καταγραφής. Για την απαρίθμηση - καταγραφή ποσοτήτων χρησιμοποιήθηκαν πιόνια/κουπόνια (tokens), σημαδεμένες ράβδοι (tallies) κ.α. Τεκμήρια σχετιζόμενα με απόπειρες πρώιμης γραφής αναφέρονται από την Ταρταριά, ανήκοντα στον πολιτιστικό ορίζοντα Vinca της Χερσονήσου του Αίμου,[73] ενώ από τον Ελλαδικό χώρο ειδικώτερα σημειώνουμε σχετικά την ανεύρεση πιθανών αριθμητικών χαραγμάτων από 'πινακίδα' του Σέσκλου της Πρώιμης Νεολιθικής,[74] καθώς και ενδείξεων εγχάρακτης γραφής από τα Γιαννιτσά της Μέσης Νεολιθικής.[75]

Κλείνοντας αυτήν την σύντομη αναφορά στα νεολιθικά συστήματα (κατά-) γραφής και λογιστικής σημειώνουμε την αντιπαράθεση επιστημόνων αναφορικά με την ανάδυση αυτών των συστημάτων. Πράγματι τα πρώτα σχετικά Ευρωπαϊκά τεκμήρια αντιμετωπίσθηκαν ως απόρροια επιδράσεως από την Μέση Ανατολή, στα πλαίσια της αντιλήψεως *Ex Oriente Lux*. Όμως η κατάσταση άλλαξε, σύντομα δε εμφανίσθηκε νέα ισχυρή τάση, υποστηρίζουσα την τοπική, εγγενή ανάπτυξη, φθάνοντας ακόμη και στην υιοθέτηση απόψεων *Ex Balcanis Lux*! Χαρακτηριστική είναι η ανασκαφή στον χώρο της Χερσονήσου σειράς σφραγίδων οι οποίες πλέον θεωρούνται προϊόντα του τοπικού πολιτιστικού πλαισίου, χαρακτηριστικό δε σχετικό παράδειγμα είναι αυτό των κωνικών ή άλλων απαριθμητών[76] και σφραγιδοκυλίνδρων των Σιταγρών, και του Maliq (πλησίον των Πρεσπών), οι οποίοι εκτιμάται ότι *εντάσσονται πειστικά στο πολιτιστικό πλαίσιο των σύγχρονών τους πολιτιστικών ενοτήτων του βορειο – Ελλαδικού χώρου και της Χερσονήσου του Αίμου*.[77]

ΕΚΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

6. Θετικές επιστήμες στον Ελλαδικό χώρο (Μινωική – Μυκηναϊκή περίοδος και νεώτερη)

6.1 Γενικά

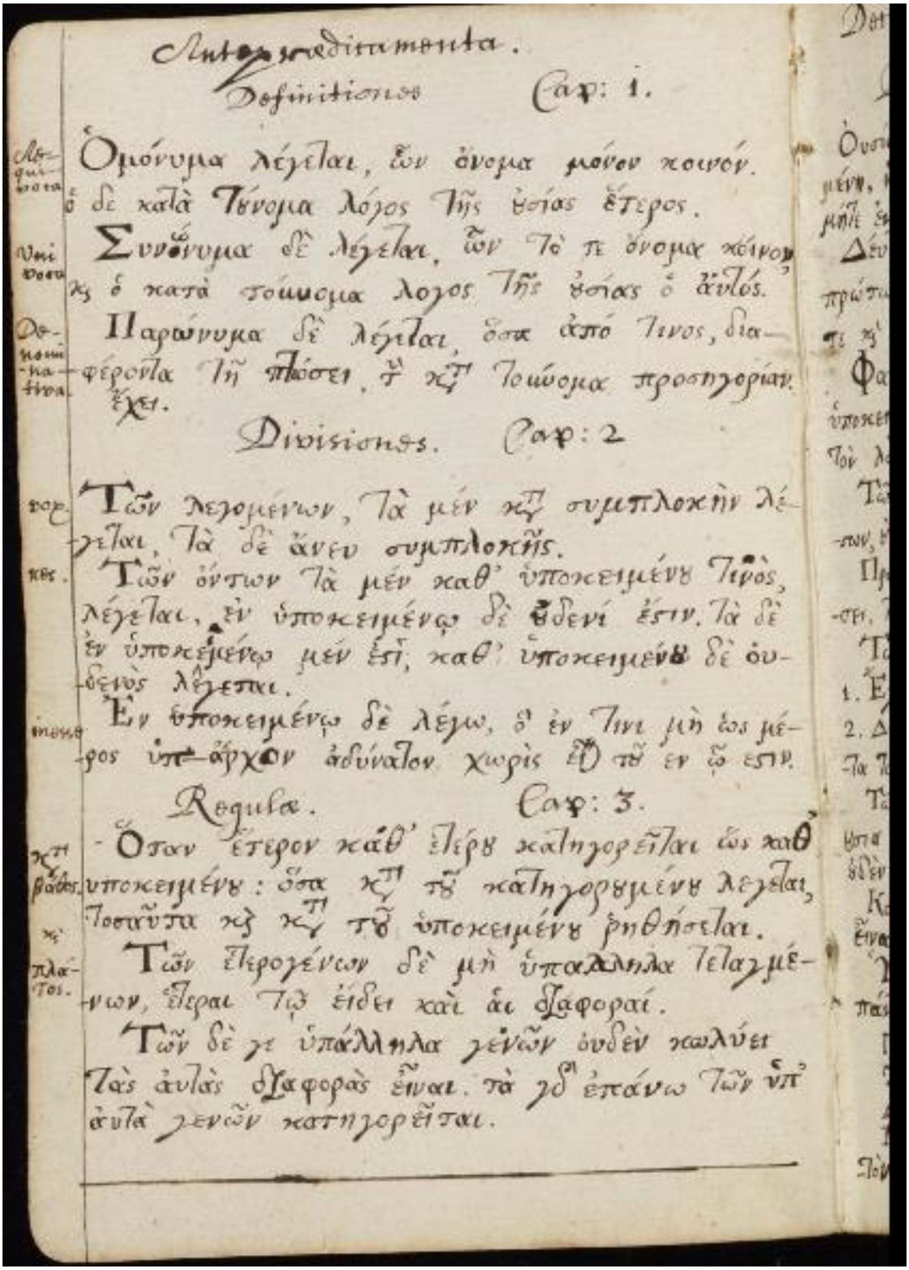
Όπως στην Μεσοποταμία και την Αίγυπτο (από το 3000 π.Χ. περίπου), η λογιστική και η γραφή στην Μινωική Κρήτη εξελίχθηκαν ομοίως χέρι-χέρι και τα αριθμητικά σύμβολα απετέλεσαν διαχρονικά μέρος των αρχαίων γραπτών συστημάτων, αν και στην Κρητη το φαινόμενο καθυστέρησε περί την μία χιλιετία. Το Μινωικό - Μυκηναϊκό αριθμητικό σύστημα υπήρξε παρόμοιας συλλήψεως με το Αιγυπτιακό, αλλά όχι ως προς τον συμβολισμό που αν και δεκαδικός διέφερε κατά το σχήμα. Όπως οι Αιγύπτιοι έτσι και οι Κρήτες χρησιμοποιούσαν επίσης μοναδιαία κλάσματα του τύπου 1/n, με μόνη και εδώ εξαίρεση την υιοθέτηση επίσης του κλάσματος 2/3. Πάντως οι διασωθείσες πήλινες πινακίδες δεν μας δίδουν ιδιαίτερες πληροφορίες για τις μαθηματικές

γνώσεις των Μινωιτών - Μυκηναίων,[78] αφού άλλωστε τα υπάρχοντα άλλα μέσα γραφής (πάπυροι κ.ά.) δεν θα μπορούσαν να επιβιώσουν στο Ελλαδικό κλίμα.[79]

6.2 Οικοδομική - Αρχιτεκτονική

Η μελέτη των θολωτών Μυκηναϊκών τάφων έχει οδηγήσει ερευνητές να διατυπώσουν την άποψη ότι οι Έλληνες της Εποχής του Χαλκού κατείχαν πρακτικές γνώσεις μαθηματικώνν καμπυλών όπως η παραβολή,[80] ενώ έχει επίσης υποστηριχθεί η από μέρους τους γνώση και χρήση Πυθαγορείων τριάδων, ήτοι τριάδων ακεραίων αριθμών οι οποίοι ικανοποιούσαν τον Πυθαγόρειο κανόνα: $a^2 = b^2 + c^2$.[81]

Παραμένοντας στην αρχιτεκτονική σημειώνουμε ότι σύμφωνα με την έρευνα του Preziosi η δυτική πρόσοψη του ανακτόρου της Φαιστού ενσωματώνει στοιχεία τα οποία βεβαιώνουν την υιοθέτηση από μέρους των Μινωιτών ενός αρχιτεκτονικού κανόνα, βασιζόμενου στους λόγους των αριθμών της ακολουθίας Fibonacci.[82] Το ίδιο κατά βάσιν σύστημα, αν και ελαφρώς διαφοροποιημένο, βεβαιώνεται και στην Αίγυπτο, όπου κάνει την εμφάνισή του ήδη από την III δυναστεία.[83] Ο ίδιος ερευνητής έχει μάλιστα καταλήξει στην διαπίστωση ότι το σύμβολο του διπλού πελέκεως μπορεί να συνδεθεί γεωμετρικά με τα τέσσερα Μινωικά μέτρα, επιπρόσθετα δε πολλαπλάσια του προαναφερθέντος βασικού μέτρου επί τους όρους ε’, στ’ και ι’ τάξεως της ακολουθίας Fibonacci δίδουν τα μεγέθη των υπολοίπων τριών.[84]



Antepraedicamenta.

Definitiones Cap: 1.

Ὁμώνυμα λέγεται, ὧν ὄνομα μόνον κοινόν. ὁ δὲ κατὰ τοὔνομα λόγος τῆς οὐσίας ἕτερος.

Συνώνυμα δὲ λέγεται, ὧν τό τε ὄνομα κοινὸν καὶ ὁ κατὰ τοὔνομα λόγος τῆς οὐσίας ὁ αὐτός.

Παρώνυμα δὲ λέγεται, ὅσα ἀπό τινος, διαφέροντα τῇ πτώσει, τὴν κατὰ τοὔνομα προσηγορίαν ἔχει.

Divisiones. Cap: 2

Τῶν λεγομένων, τὰ μὲν κατὰ συμπλοκὴν λέγεται, τὰ δὲ ἄνευ συμπλοκῆς.

Τῶν ὄντων τὰ μὲν καθ' ὑποκειμένου τινὸς λέγεται, ἐν ὑποκειμένῳ δὲ οὐδενί ἐστιν. τὰ δὲ ἐν ὑποκειμένῳ μέν ἐστι, καθ' ὑποκειμένου δὲ οὐδενὸς λέγεται.

Ἐν ὑποκειμένῳ δὲ λέγω, ὃ ἔν τινι μὴ ὡς μέρος ὑπάρχον ἀδύνατον χωρὶς εἶναι τοῦ ἐν ᾧ ἐστιν.

Regulae. Cap: 3.

Ὅταν ἕτερον καθ' ἑτέρου κατηγορεῖται ὡς καθ' ὑποκειμένου: ὅσα κατὰ τοῦ κατηγορουμένου λέγεται, τοσαῦτα καὶ κατὰ τοῦ ὑποκειμένου ῥηθήσεται.

Τῶν ἑτερογενῶν δὲ μὴ ὑπάλληλα τεταγμένων, ἕτεραι τῷ εἴδει καὶ αἱ διαφοραί.

Τῶν δέ γε ὑπάλληλα γενῶν οὐδὲν κωλύει τὰς αὐτὰς διαφορὰς εἶναι. τὰ γὰρ ἐπάνω τῶν ὑπ' αὐτὰ γενῶν κατηγορεῖται.

Εικόνα 4. Σημειώσεις του Νεύτωνος στην Ελληνική

Ο Preziosi αλλά και ο McDonald έχουν από παλαιότερα υποστηρίξει ότι τα Μινωικα ανάκτορα αλλά και οικίες ιδιωτών κατασκευάζονταν σε συμφωνία προς προϋπάρχον αρχιτεκτονικό σχέδιο, όπως άλλωστε γινόταν και στην Αίγυπτο. Σύμφωνα με τους ίδιους υιοθετούντο δύο κάθετα τεμνόμενοι άξονες η συμβολή των οποίων προσδιόριζε το κεντρικό σημείο του αρχικού θεμελιώδους σχεδίου.[85] Για την διευκόλυνση της κατασκευής και την ακριβή χωροθέτηση των οικοδομικών στοιχείων εχρησιμοποιείτο πλέγμα. Αυτό οριζόταν με την βοήθεια σχοινιών επί πασάλων οι οποίοι απετέλεσαν αφ' ενός δείκτες αφ' ετέρου δε χρησιμοποιήθηκαν ως στοιχειώδεις γνώμονες προκειμένου να παράσχουν πληροφορίες για τον προσανατολισμό[86] των κατασκευών με την βοήθεια της κατευθύνσεως της σκιάς κατά την ανατολή![87]

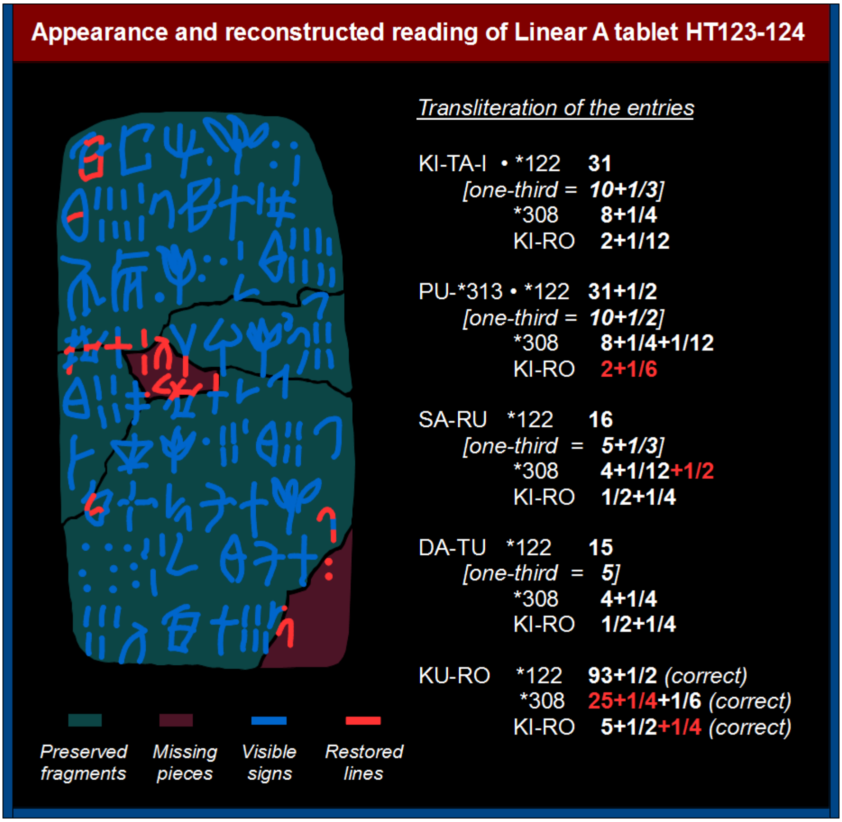
6.3 Η μαρτυρία των τοιχογραφιών και των έργων τέχνης

Η μελέτη των τοιχογραφιών του Ακρωτηρίου Θήρας έχει επίσης οδηγήσει σε συμπεράσματα σχετικά με την κατοχή γεωμετρικών γνώσεων από μέρους των καλλιτεχνών της εποχής. Η τεχνική κατασκευής εικαστικών έργων επί μεγάλων επιφανειών με την αποτύπωση εγχρώμων χορδών επ' αυτών έχει επιβεβαιωθεί στην Αίγυπτο του Παλαιού Βασιλείου, συγκεκριμένα από την V δυναστεία, αν και οι πιο περίτεχνες σχετικές εφαρμογές εμφανίζονται αργότερα κατά το Μέσο Βασίλειο.[88] Βεβαίως η αποτύπωση προσχεδίων από ορθογώνια δίκτυα για την οργάνωση της επιφάνειας εργασίας και την κατασκευή τοιχογραφιών υπήρξε επίσης γνωστή στους Μινωίτες,[89] χωρίς να είναι σαφές αν επρόκειτο για ανεξάρτητη επινόηση ή αντιγραφή από την Αίγυπτο.

Σύμφωνα με την Crawly η εικονογραφία των Μινωικών σφραγίδων υποβάλλει την ιδέα ότι οι Κρήτες είχαν γνώση διαφόρων γεωμετρικών καμπυλών, τις οποίες χρησιμοποιούσαν στην σφραγιδογλυφία τους.[90] Σχετική μελέτη του Δενδρινού επί του Μινωικού δακτυλιδιού με τις πέντε ιέρειες, ανακαλυφθέντος στον τάφο του Μυκηναίου Γρύπα Πολεμιστή, υποστηρίζει ότι οι Κρήτες είχαν γνώση της ελλείψεως, μάλιστα δε αυτής όπου ο λόγος των κυρίων διαμέτρων ισούται με τον χρυσό αριθμό.[91] Έμμεσες ενδείξεις για τις γεωμετρικές γνώσεις των Μινωιτών ενδεχομένως προκύπτουν από την μελέτη άλλων τεχνουργημάτων τους. Έτσι έχει υποστηριχθεί η ικανότητά τους να διχοτομούν και να τριχοτομούν την ορθή γωνία,[92] ενώ πιθανολογείται επίσης η από μέρους τους εξοικείωση με τον διαβήτη και τον κανόνα![93]

Ο κύκλος, η έλλειψη, η κωνική τομή, το τρίγωνο και το τόξο υπήρξαν μαθηματικές – γεωμετρικές οντότητες οι οποίες κατέστησαν οικείες στον Μινωικό πολιτισμό, αυτό δε το γεγονός καθιστούσε δυνατή την κατασκευή υποδειγμάτων – προτύπων (καμπυλογράφων ή stencil) των ανωτέρω σχημάτων, τα οποία ευρίσκοντο στην διάθεση των καλλιτεχνών. Η καλή κατάσταση των τοιχογραφιών του Ακρωτηρίου Θήρας επέτρεψε την εξονυχιστική μελέτη τους, ήδη δε υποστηρίζεται ότι στην εικονογράφηση τόσον των σχηματικών θεμάτων και των ανθοσυνθέσεων, όσον και των ανθρώπινων παραστάσεων έγινε χρήση τμημάτων μαθηματικών καμπυλών, οι οποίες χαράχθηκαν με την βοήθεια των προαναφερθέντων καμπυλογράφων. Τέτοια χρήση έχει σήμερα επιβεβαιωθεί στην κατασκευή των έργων με τις ‘Κροκοσυλλέκτριες’, στα ‘Γυμνά αγόρια’, στις απεικονίσεις σπειρών στην Ξεστή 3, αλλά και στην ‘Μυκηναία’.[94] Γιά παράδειγμα για την εικονογράφηση των

‘Κροκοσυλλεκτριών’ οι καλλιτέχνες χρησιμοποίησαν επτά γεωμετρικά υποδείγματα καμπυλών, ήτοι τεσσάρων υπερβολών, δύο ελλείψεων και δύο Αρχιμήδειων σπειρών, ενώ για την ‘Μυκηναία’ υιοθετήθηκαν δύο γραμμικές σπείρες και μία υπερβολή. Η χρήση μαθηματικών καμπυλών για την αρτιότερη εικονογράφηση τοιχογραφιών εμφανίζεται για πρώτη φορά στα παγκόσμια χρονικά στο Ακρωτήριο Θήρας, έχουν δε διατυπωθεί διάφορες υποθέσεις σχετικές με την διαδικασία και τον εξοπλισμό υλοποιήσεως.[95]



Εικόνα 5. Μινωική πινακίδα HT 123-124 σε Γραμμική Α (*http://minoablog.blogspot.com/2012/04/exploring-cretan-numeral-system.html*)

6.4 Αστρονομία

Αναφορικά με την πρόοδο της αστρονομίας στον Ελλαδικό χώρο σημειώνουμε κατ' αρχήν ότι τεκμήρια του πολιτιστικού κύκλου Vinca έχουν ερμηνευθεί ως παρέχοντα αποδείξεις για την ύπαρξη σχετικών παρατηρήσεων και γνώσεων από το απώτατο παρελθόν.[96] Όσον αφορά στην Εποχή του Χαλκού

σειρά ερευνητών αναγνωρίζει την ύπαρξη αστρονομικών αναφορών σε τηγανόσχημα σκεύη της Πρωτο – Κυκλαδικής περιόδου,[97] γεγονός το οποίο προυποθέτει αστρονομικό ενδιαφέρον και συσσώρευση σχετικών γνώσεων. Όσον αφορά στην Κρήτη της δευτέρας χιλιετίας έχει υποστηριχθεί εκεί η σκόπιμη διευθέτηση – προσανατολισμός των Μινωικών κτισμάτων σε συμφωνία με ουράνιες – αστρονομικές παρατηρήσεις τους οι οποίες υποστηρίζεται ότι αποδεικνύουν την γνώση των εννοιών του ηλιοστασίου και των ισημεριών.[98]

Ο γνώμων θεωρείται σημαντικό αστρονομικό εργαλείο κατάλληλο τόσον για αστρονομικές μετρήσεις όσον και για τον προσδιορισμό του χρόνου (ηλιακό ρολόϊ), έχει δε προσλάβει διάφορα σχήματα από τον απλούστερη του πόλου ή ράβδου, στο γνωστό μας ορθογώνιο L και ως την κοίλη *σκάφη* με δείκτη. Ο Ηρόδοτος, Hdt. 2.109.3,[99] έχει υποστηρίξει ότι οι Έλληνες έμαθαν τον γνώμονα από τους Βαβυλωνίους, σε χρήση των οποίων πιστοποιείται ήδη από το 687 π.Χ.,[100] ενώ ο Διογένης Λαέρτιος αναφέρει ότι το όργανο εισήγαγε από την Μεσοποταμία ο Αναξίμανδρος (610-545 π.Χ.).[101] Ο ίδιος αρχαίος Έλληνας ιστορικός μεταφέρει επίσης ότι ο Θαλής, κατά τη διάρκεια της παραμονής του στην Αίγυπτο, κατάφερε να μετρήσει το ύψος της Πυραμίδας του Χέοπα. Σύμφωνα με τον ίδιο, ο Θαλής πραγματοποίησε την μέτρηση χρησιμοποιώντας την σκιά του εαυτού του, παρατηρώντας ότι αν κάποια μέρα η σκιά του γινόταν ίση με το ύψος του, τότε το ίδιο θα συνέβαινε και με τη σκιά του ύψους της πυραμίδας.[102]

Η μέτρηση του χρόνου με την βοήθεια του μήκους της σκιάς γνώμονος υπήρξε γνωστή σε διάφορους πολιτισμούς,[103] σχετική αναφορά δε υπάρχει και στις *Εκκλησιάζουσες*, Aristoph. *Eccl.* 652, όπου η Πραξαγόρα υπολογίζει πότε

είναι μεσημέρι και επομένως ώρα φαγητού χρησιμοποιώντας ως γνώμονα το σώμα της, ενώ η αρχαία γραμματεία περιλαμβάνει και άλλες τέτοιες περιπτώσεις.[104]

Είναι γνωστό, άλλωστε, ότι οι Αιγύπτιοι διέθεταν το λεγόμενο *merkhyt* (*merkhet*) το οποίο ήταν διαβαθμισμένη ράβδος με καμπύλωση ή διχάλα στο άκρο, εχρησιμοποιείτο δε ως άλλος γνώμων, για τον προσδιορισμό του χρόνου με βάση το μετρούμενο επ’ αυτής μήκος της σκιάς.[105] Αξίζει εν προκειμένω να προσθέσουμε ότι μια τέτοια διαγραμμισμένη ράβδος απαντάται στο Θηβαϊκό τάφο TT 93 του Ken-Amun, αξιωματούχου του Amenhotep II, ο οποίος, εις αναγνώριση των υπηρεσιών του ως συμπολεμιστού του φαραώ στην Retenu, είχε οριστεί επιστάτης της Peru-nefer.[106] Προκειμένου στο σημείο αυτό να υπογραμμιστεί η δυνατότητα επαφών και κυκλοφορίας καινοτομιών μεταξύ Αιγύπτου και Αιγαίου, σημειώνουμε ότι στον τάφο TT 93, συγκεκριμένα στην παράσταση σκηνών κυνηγίου του, αντί των συνήθων στην Αιγυπτιακή παράδοση διακριτών ζωνών εμφανίζονται τα πλέον φυσιοκρατικά χωρία, τα οποία όμως θεωρούνται ως Αιγαιακή επιρροή.[107] Υπογραμμίζεται επίσης ότι ο Ken-Amun ως επιστάτης της Peru-nefer,[108] είχε κάθε ευκαιρία να έλθει σε επαφή με το Αιγαιακό στοιχείο, αφού στην ομώνυμη ναυτική βάση / ναυπηγείο ναυλοχούσαν Μινωικά σκάφη,[109] ενώ στην ίδια θέση έχουν εντοπισθεί επίσης μεταλλουργικά εργαστήρια διαθέτοντα πληθώρα Μυκηναϊκών μεταλλικών όπλων της Ύστερης Ελλαδικής περιόδου, ενώ στην Άβαριν έχουν επίσης ανασκαφεί πλείστες Αιγαιακής εμπνεύσεως και ύφους τοιχογραφίες!

Σειρά επιστημόνων έχει υποστηρίξει το Μινωικό ενδιαφέρον για την αστρονομία,[110] σήμερα δε γίνεται δεκτό ότι στην Κρήτη της Εποχής του Χαλκού

υπήρχε γνώση σειράς αστρονομικών θεμάτων, τα οποία μάλιστα ήταν ενταγμένα και επηρέαζαν την καθημερινή, θρησκευτική και έμμεσα στην πολιτική ζωή τους, αφού η κοινωνία διέθετε ημερολόγιο, διακατείχετο από θρησκευτικές πεποιθήσεις και ακολουθούσε τελετουργικές πρακτικές, οι οποίες συνδέονταν στενά με περιοδικά ουράνια φαινόμενα.

Ο Μινωικός χάρτης του ουρανού δεν μας είναι σήμερα γνωστός, όμως οι Ελληνικοί αστερισμοί θεωρούνται ως κατά το πλείστον προερχόμενοι από τους Βαβυλωνίους. Πάντως ο Roy έχει διατυπώσει την άποψη ότι οι Βαβυλωνιακοί αστερισμοί[111] τους οποίους δημοσίευσε ο Εύδοξος, είχαν παρατηρηθεί και καταγραφεί χίλια χρόνια πριν από την εποχή του, αρχικώς δε είχαν εντοπισθεί από τους Κρήτες,[112] με τον Schaefer να συμπληρώνει ότι μέρος αυτών των αστερισμών απετέλεσε Ελληνική συνεισφορά.[113]

Υποστηρίζεται ότι οι Μινωίτες διέθεταν σεληνιακο – ηλιακό ημερολόγιο, το οποίο άρχιζε σε συγκεκριμένη φάση της σελήνης κατά την φθινοπωρινή ισημερία ή λίγο μετά,[114] ενώ ήταν γνώστες και του ευρύτερου αστρονομικού κύκλου του *σάρου*, γνώση η οποία αποδίδεται στους Βαβυλωνίους της ύστερης περιόδου, ενώ τεκμηριώνεται και στον Μηχανισμό των Αντικυθήρων.[115] Ο σάρος είναι η χρονική περίοδος 223 συνοδικών μηνών ήτοι 18 ετών και 11 ημ. μετά το πέρας της οποίας ο Ήλιος, η Γη και η Σελήνη επανέρχονται σχεδόν στις ίδιες αρχικές σχετικές θέσεις, η γνώση δε αυτής της περιοδικότητας έχει χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη των εκλείψεων. Η γνώση του σάρου έχει στοιχειοθετηθεί επί τη βάσει εικονογραφικών χαρακτηριστικών Μινωικών χρηστικών και καλλιτεχνικών έργων, έχει συσχετισθεί με τον *εννέωρο Μίνωα, Od.* 20. 179, ο οποίος έπρεπε να ανανεώνει την βασιλεία του κάθε 8/9

έτη, ενώ και η περιπλάνηση του Οδυσσέα έχει από τους Leigh και Woods συσχετισθεί με τον ίδιο περιοδικό κύκλο.[116]

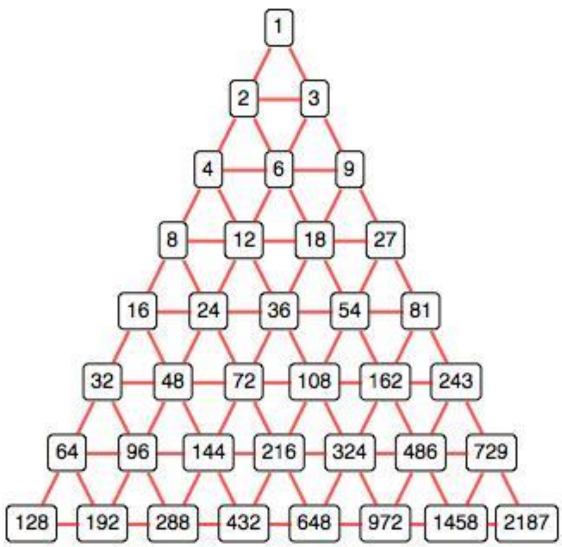
Ιδιαίτερης προσοχής από αστρονομικής πλευράς έχουν τύχει οι γνωστοί Μινωικοί κέρνοι, ήτοι λίθινα ή κεραμεικά τεχνουργήματα διαθέτοντα εσοχές για την τοποθέτηση προσφορών (;). Μερικοί τουλάχιστον εξ αυτών έχουν συσχετισθεί με αστρονομικά θέματα (ημερολογιακά),[117] ενώ έχει προταθεί ακόμη και η χρήση τους για την τοποθέτηση στο εσωτερικό των κοιλοτήτων τους μαγνητικής πυξίδας![118]

Άξιομνημόνευτη είναι επίσης σχιστολιθική μήτρα ευρεθείσα στο Παλαίκαστρο Σητείας, στερούμενη όμως αρχαιολογικού πλαισίου,[119] η οποία από τον Τσικριτσή θεωρήθηκε ότι εχρησιμοποιείτο για την χύτευση οδοντωτού δίσκου, δύο περονών και τσιμπίδας. Σύμφωνα με τον ίδιο ερευνητή η τελευταία θα ήταν κατάλληλη για την χάραξη κύκλων και την μέτρηση μηκών (διαβήτης),[120] ενώ ο οδοντωτός δίσκος θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη εκλείψεων.

6.5 Αρχαϊκή και κλασική Ελλάδα: συνέχεια και ασυνέχεια

Η συνέχεια η οποία έχει διαπιστωθεί μεταξύ Μυκηναϊκής αλλά και Μινωικής περιόδου αφ' ενός και της αρχαϊκής και κλασικής Ελλάδος, αφ' ετέρου, όσον αφορά στα θέματα και τις ιδέες - συλλήψεις της Μυθολογίας, αλλά και τα εκφραστικά μέσα τα υιοθετούμενα για την καλλιτεχνική απόδοσή τους, επεκτείνεται και σε άλλους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας.

Έτσι ο Πλάτων στον Τίμαιο, Plat.*Tim.*35b-c, φαίνεται να παρέχει ένα αριθμητικό υπόδειγμα κατασκευής της *κοσμικής ψυχής*,[121] χρησιμοποιώντας επτά αριθμούς, δυνάμεις του 2 και 3, ήτοι τους 1, 2, 4, 8 και 3, 9, 27.[122] Από τον Νικόμαχο τον Γερασηνό (50-120 μ.Χ) και μετά υιοθετείται η παραδοσιακή διδιάστατη *λαβδοειδής* διευθέτηση αυτών των δυνάμεων στην δεξιά και την αριστερή κεκλιμένη πλευρά ενός *τριγώνου Λ*, κατά τρόπον ώστε να δημιουργείται πίνακας των αποτελεσμάτων της πράξεως του πολλαπλασιασμού, αυτό δε το τρίγωνο θεωρείται η κρίσιμη αφετηρία για την ανάπτυξη των λεγομένων '*καλώς σχηματισμένων*' μουσικών κλιμάκων.[123] Ο Πλάτων εν συνεχεία δίδει λεπτομερειακές οδηγίες για την συμπλήρωση των κενών μεταξύ των αριθμών με μία σειρά εναλλασσόμενων αρμονικών και αριθμητικών μέσων,[124] παράγοντας έτσι μία σειρά αριθμών από το 1 ως το 27, οι οποίοι αποτελούν τον μαθηματικό τύπο εκφράσεως μιάς μουσικής κλίμακος.[125]



Εικόνα 6. Τρίγωνο Νικομάχου

Η προσέγγιση του Πλάτωνος εμφανίζεται παρόμοια με την εικονιζόμενη στην επιτοίχια επιγραφή HT Zd 156, από την Αγία Τριάδα της ΥΜ Ib περιόδου.[126] Η επιγραφή έχει γίνει αποδεκτό ότι περιέχει τουλάχιστον 6 εγγραφές συνιστάμενες από το σύμβολο I (L14) ακολουθούμενο από όρους της γεωμετρικής προόδου $(3/2)^n$ ($n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), σε σύγχρονο συμβολισμό.[127] Εάν κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο (ή Λ) με κορυφή το 1, όπου στην δεξιά πλευρά τοποθετούνται οι δυνάμεις του 2 και στην αριστερή του 3, τότε κάθε αριθμός $(3/2)^n$ θα μπορούσε να προκύπτει διαιρώντας τον αριθμό από την αριστερή πλευρά προς αυτόν από την δεξιά πλευρά. Η ερμηνεία της σειράς της ως άνω επιγραφής ως περιγράφουσας τα μήκη χορδής μουσικού οργάνου τύπου άρπας συνιστά μια πειστική προσέγγιση, ενώ άλλη ερμηνεία της αναγνωρίζει χαρακτηριστικά λογιστικού βοηθήματος προς χρήση των γραφέων των ανακτόρων.

Παρατηρούμε ότι ο Πλάτων στον Τίμαιο υιοθετεί μίαν ανάλυση για την *παγκόσμια ψυχή* η οποία, όντας Πυθαγόρειας εμπνεύσεως, ανήκει στην ίδια παράδοση η οποία αναδύεται και από την επιγραφή της Αγίας Τριάδος. Σε κάθε περίπτωση η έννοια του κλάσματος και της δυνάμεως φαίνονται οικείες ήδη από την Εποχή του Χαλκού, ενώ στην κλασική Ελλάδα οι προσεγγίσεις του Πλάτωνα φαίνεται να σηματοδοτούν την ανάπτυξη προβληματισμού για την φύση των αριθμών.

Σύμφωνα με όλες τις ενδείξεις η ανάπτυξη των μαθηματικών στον Αιγαιακό χώρο σε υψηλά, για την εποχή επίπεδα, είχε λάβει χώραν ήδη από την δεύτερη χιλιετία, σε επαφή βεβαίως και αλληλεπίδραση και προς την Αίγυπτο

και πιθανώς την Μεσοποταμία. Αυτό επιβεβαιώνεται από τις αρχιτεκτονικές εφαρμογές της ακολουθίας Fibonacci,[128] από την υιοθέτηση *κανόνων* στην γλυπτική και εικαστική τέχνη,[129] αλλά και την ανάπτυξη τοιχογραφιών με χρήση υποδειγμάτων προηγμένων καμπυλών (καμπυλογράφων).[130] Τα μαθηματικά συνεδέθηκαν από ενωρίς με την μουσική, όπως αποδεικνύει η Μινωική επιγραφή, ενώ η συσχέτιση των αριθμών με το *ωραίο* και την *συμμετρία* περιελάμβανε την γνώση και χρήση του χρυσού αριθμού.. Έτσι η από μέρους του Πλάτωνος αναγωγή των αριθμών στην *μονάδα* και την *αόριστο δυάδα*,[131] Aristot.*Met*.13.1081a, ήτοι σε πρώτες αρχές, και η επακόλουθη σύνδεσή τους με την φιλοσοφία δεν θα πρέπει να μας εκπλήσσει, συνιστώντας μια εξέλιξη στο μονοπάτι που είχε ήδη χαραχθεί από την Μινωική περίοδο. Διάφοροι σύγχρονοι μελετητές συνέδεσαν την *αόριστο δυάδα* με την σύγχρονη θεωρία των συνεχών κλασμάτων,[132] ενώ άλλος την συσχέτισε με τον χρυσό αριθμό και τον αντίστροφό του.[133]

Ακόμη και η σύγχρονη επιστημονική περιοχή της μελέτης του γονιδιώματος ανεκάλυψε την ιδιαιτερότητα του χρυσού αριθμού ή ιερού λόγου, όπου η ονομασία του ως λόγου συνδέεται όχι μόνον με την φύση του ως κλάσματος αλλά και με τον *ορθό λόγο*. Πράγματι ο Petoukhov έχει δείξει ότι μια οικογένεια δισυμμετρικών μητρών 2n x 2n κωδικοποιεί την δομή των τεσσάρων βάσεων (A, U/T, G, C) του RNA και DNA και των 64 κωδικονίων που συνθέτουν τα 20 αμινοξέα σε όλα τά έμβια όντα.[134] Ανακάλυψε ότι τα στοιχεία των μητρών οι οποίες είναι οι τετραγωνικές ρίζες αυτών των αρχικών μητρών είναι όλα δυνάμεις του χρυσού μέσου. Οι Kappraff και Adamson έχουν γενικεύσει τις μήτρες του Petoukhov και έχουν υποστηρίξει ότι οι τετραγωνικές ρίζες των

γενικών δισυμμετρικών μητρών είναι γενικεύσεις της χρυσού μέσου περιλαμβανομένης μιάς υποκατηγορίας που αντιστοιχεί στην οικογένεια του αργυρού μέσου.[135] Δυνάμεις των εν λόγω μητρών αποδεικνύεται ότι παράγουν όλες τις Πυθαγόρειες τριάδες, ενώ οι ακέραιοι σε αυτές τις μήτρες είναι πανομοιότυποι με το σύνολο των ακεραίων οι οποίοι περιλαμβάνονται στο τρίγωνο του Νικομάχου, όπου αυτός τους χρησιμοποιεί για να περιγράψει την αρχαία μουσική κλίμακα του Πυθαγόρα. Επιπρόσθετα, σύμφωνα με ανάλογη εργασία του Perez, οι αριθμοί 1, 2 και φ (χρυσός αριθμός) συνιστούν τριάδα *γενετικών* αριθμών οι οποίοι χαρακτηρίζουν τους πληθυσμούς κωδικονίων του ανθρώπινου γονιδιώματος. [136]

Ενδεικτικό της γοητείας την οποίαν άσκησαν τα Μαθηματικά στον Πλάτωνα αποτελεί στριφνό απόσπασμά του από τους Νόμους,[137] *Laws*.5. 737e-738b. Στο σχετικό χωρίο υποστηρίζεται ότι ο ιδανικός αριθμός πολιτών είναι 5040 διότι αυτός είναι διαιρετός από 59 συνολικά αριθμούς, ιδιαίτερα δε από όλους τους ακεραίους από 1 έως 10. Έχει διατυπωθεί η εικασία ότι στο παραπάνω απόσπασμα ο Πλάτων αναφέρεται, αν και με υπαινικτικό τρόπο, σε θεώρημα σχετικό με πρώτους αριθμούς.[138] Ότι δηλαδή δεδομένων δύο διαδοχικών πρώτων φυσικών αριθμών P και Q ώστε: $3 < P < Q$

ο αριθμός P!= 1x2x3x ..xP

είναι διαιρετός από κάθε ακέραιο μικρότερον ή ίσο του Q-1.

Επί παραδείγματι εάν θεωρήσουμε τους διαδοχικούς πρώτους αριθμούς P = 7 και Q = 11, τότε: P! = 7! = 1x2x3x4x5x6x7 = 5040

ο αριθμός δε αυτός είναι διαιρετός από κάθε ακέραιο από το 1 έως το Q-1= 11-1 = 10, δηλαδή από τους αριθμούς: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 και 10. Αν και η αλήθεια της

παραπάνω υποθέσεως έχει ελεγχθεί πρακτικά για πολύ μεγάλους πρώτους αριθμούς, η πρώτη θεωρητική απόδειξή της έλαβε χώραν μόλις το 2003 από τον Peter Shiu, ακολούθησε δε και δεύτερη από τον Γεώργιο Βελισάρη.[139]

Στο πεδίο μελέτης των πρώτων αριθμών, και συγκεκριμένα του πλήθους των πρώτων αριθμών οι οποίοι είναι μικρότεροι δεδομένης τιμής, εκτενή έρευνα έχει πραγματοποιήσει ο γνωστός μαθηματικός Riemann, ο οποίος έχει διατυπώσει και σχετική υπόθεση, ήτοι πρόταση μη αποδειχθείσα ακόμη. Με το ίδιο θέμα ασχολούμενος ο Robin έχει αποδείξει ότι η αλήθεια της υποθέσεως Riemann ισοδυναμεί με την ισχύ της σχέσεως:

$\sigma(n) < e^{\gamma}$ (nloglog n) για κάθε $n \geq 5040$,

όπου σ(n) είναι το άθροισμα των διαιρετών του φυσικού αριθμού n, π.χ. αν n = 10 τότε σ(10) = 1+2+5+10=18, και γ η σταθερά Euler-Mascheroni.[140]

Με άλλα λόγια εάν κάποιος απεδείκνυε ότι για συγκεκριμένον ακέραιο n_o μεγαλύτερο του 5040 το άθροισμα των διαιρετών του $\sigma(n_o)$ δεν ικανοποιεί την ανωτέρω αναφερθείσα σχέση τότε και η υπόθεση Riemann θα αποδεικνυόταν ψευδής! Διαπιστώνεται λοιπόν ότι ο Πλατωνικός αριθμός 5040 συνδέεται με την αλήθεια ή μη μιάς από τις πλέον σημαντικές υποθέσεις στην ιστορία των Μαθηματικών, αυτής που φέρει το όνομα του Riemann!

Ο ίδιος *Πλατωνικός* αριθμός έχει πληθώρα πρόσθετων ιδιαίτερων χαρακτηριστικών, ήτοι μαζύ με το 71 συνιστά ένα ζεύγος Brown,[141] ενώ διαθέτει μεγάλον αριθμό διαιρετών κατατασσόμενος στους λεγομένους *ανώτερους συνθέτους αριθμούς*,[142] αλλά και στους *κολοσσιαία μεγάλους αριθμούς*,[143] ενώ ισούται με τον αριθμό διατάξεων των 10 ανά 4: $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$. Η πιθανή γνώση κάποιων από τις αξιοσημείωτες αυτές ιδιότητες του παραπάνω αριθμού

θα μπορούσε να ερμηνεύσει το σχετικό Πλατωνικό χωρίο, δεδομένης μάλιστα της εκτιμήσεως των Μαθηματικών από τον φιλόσοφο.

Ενδεικτικό της επιβιώσεως πανάρχαιων αντιλήψεων σχετικών με τον *άξονα του κόσμου* ή τον *κοσμικό πυλώνα* είναι ιδιόμορφο και επιβλητικό κάλυμμα κεφαλής (πόλος) της Ήρας σε άγαλμά της από το Ηραίον Σάμου.[144] Το κάλυμμα έχει θεωρηθεί ισοδύναμο / παράλληλο αντίστοιχου πόλου διακοσμημένου με τετραγωνίδια, ο οποίος φέρεται από την εποχική[145] θεά της βλαστήσεως την απεικονιζόμενη στην Κνωσσιακή λειψανοθήκη η οποία έχει διακοσμηθεί από τον λεγόμενο *Ζωγράφο των Δένδρων*.[146] Αμφότεροι οι προαναφερθέντες χαρακτήρες της Γεωμετρικής περιόδου εθεωρήθησαν ως ισοδύναμοι του 'πόλου της ουράνιας σφαίρας',[147] όπου ο πόλος έχει, σύμφωνα με το Λεξικό Liddel & Scott (LSJ, s.v. πόλος), σειρά παράλληλων ερμηνειών όπως: άξων της ουράνιας σφαίρας (Pl.*Ti.*40c.), ουράνια σφαίρα, κάλυμμα κεφαλής, κοίλος δείκτης (από το σχήμα του που προσομοιάζει με την ουράνιο θόλο ή το στερέωμα).

Η Hammond υποστηρίζει ότι με βάση τα ετυμολογικά δεδομένα καθώς και τις μυθολογικές αναφορές[148] μπορεί σαφώς να στοιχειοθετηθεί η κοσμολογική πτυχή της θεάς Ήρας και ιδιαίτερα του καλύμματος της κεφαλής της,[149] αποτελώντας μία από τις πολλές εκφάνσεις του αρχαίου μύθου περί υπάρξεως ενός παγκόσμιου πόλου / άξονα (axis mundi) συνδέοντος τον ουρανό (στερέωμα) με την γή, όπου εντοπίζεται ο ομφαλός, ως υποδοχέας του. Ο μύθος, άλλωστε, αντικατοπτρίζεται και στα Ομηρικά έπη, ως και στον Αριστοφάνη, Aristoph. *Birds*. 177-187, αποτελώντας την μεταφορά στον μυθικό χώρο της ιδέας για την ύπαρξη άξονος – πόλου περί τον οποίο στρέφεται το στερέωμα.

6.6 Επαφές και αλληλεπιδράσεις: η περίπτωση Αιγαίου – Μεσοποταμίας της Εποχής του Χαλκού

Το Αιγαίο ευρίσκετο σε επαφή και αλληλεπίδραση με ευρύτατες περιοχές του κόσμου από παλαιά, αφού άλλωστε διαθέτει δύο, τουλάχιστον, πολιτιστικά φύτρα ή συνιστώσες πλευρές: την μία που συνδέεται και συντονίζεται ήδη από την Νεολιθική εποχή με τον πολιτιστικό κύκλο Vinca, και την άλλη που συσχετίζεται με την Ανατολία και την ευρύτερη Ανατολική Μεσόγειο. Από τα μέσα της τρίτης χιλιετίας οικιστικές θέσεις του Αιγαίου εντάσσονται στον λεγόμενο *Χρυσούν Αιώνα* της περιόδου,[150] που χαρακτηρίζεται ως η πρώιμη περίπτωση διεθνοποιήσεως, χωρούσα από την Μεσόγειο ως τον Ινδό.[151] Από τον Μόχλο και τα νεκροταφείο της Μεσσαράς στην Κρήτη ως την Θήβα, Τροία και Πολιόχνη, από το Alaca Hüyük και το Dorak της Ανατολίας, από το νεκροταφείο του Maikop της νότιας Ρωσσίας, την Ur, το Mari, την Ebla, το Tell Brak και ως τα μεγάλα οικιστικά κέντρα του Ινδού ποταμού έχουν φθάσει ως εμάς αναρίθμητα κομψοτεχνήματα της πιο προχωρημένης μεταλλοτεχνίας. Σε όλην αυτήν την ευρύτατη περιοχή απαντώνται πολλά κοινά διακοσμητικά θέματα, τεκμηριώνεται η χρήση προωθημένων κοινών μεταλουργικών τεχνικών, εν γένει δε μπορεί να υποστηριχθεί ότι τα κέντρα αυτά συμμετείχαν σε ενιαίο εμπορικό δίκτυο. Χαρακτηριστική είναι σχετικά η περίπτωση της Βύβλου η οποία απετέλεσε ήδη από τα τέλη της τρίτης χιλιετίας ενδιάμεσον ή γέφυρα μεταξύ Μεσοποταμίας, Αιγύπτου και Αιγαίου, όπως πιστοποιεί σειρά ευρημάτων αλλά και ο θησαυρός του περίφημου αμφορέα του Montet Jar.[152]

Η Κρήτη, η Κύπρος και η Μεσόγειος εν γένει (αποκαλούμενη *a-ab-ba igi-nim-ta* ή *Άνω θάλασσα*) ήταν γνωστές στην Μεσοποταμία τουλάχιστον από την εποχή του Sargon (2400-2300 π.Χ.), όπως πιστοποιείται από πινακίδες του Mari,[153] οι δε σχετικές επαφές εμφανίζονται ενισχυμένες κατά την Ύστερη Εποχή του Χαλκού (ΥΕΧ), όπως καταδεικνύει η ανεύρεση Μεσοποταμιακής υάλου[154] και σφραγίδων στην Θήβα και την Μυκηναϊκή Ελλάδα εν γένει[155] και Αιγαιακών τεκμηρίων στην χώρα του Τίγρη και του Εφράτη.[156] Άλλωστε έχει υποστηριχθεί ακόμη και η ύπαρξη Μυκηναϊκού ανακτόρου στην Nippur,[157] άποψη που, όμως, έχει αμφισβητηθεί έντονα.[158]

Αξιοσημείωτο τεκμήριο πρώιμων επαφών με την Βαβυλώνα συνιστά η ανεύρεση στην νότια Μεσοποταμία Κυπριακού χαλκού[159] και στην Κρήτη σειράς σφραγιδοκυλίνδρων της παλαιάς περιόδου.[160] Μεταξύ αυτών σημειώνουμε σπάνιο αργυρό κύλινδρο από τον τάφο Ι του Μόχλου χρονολογηθέντα στην Πρώιμη Δυναστική περίοδο ΙΙ-ΙΙΙ,[161] κύλινδρο αιματίτου από τον τάφο Β του Πλατάνου της περιόδου Hammurabi,[162] άλλον αγνώστου πλαισίου φυλασσόμενο στο Μουσείο Χανίων, σφραγιδοκύλινδρο από λαζουρίτη λίθο και χρυσό ανασκαφέντα στην Κνωσσό κάτω από το στρώμα της ΜΜ ΙΙΙ περιόδου κ.ά. Αξιοσημείωτη είναι επίσης η ανακάλυψη στα Κύθηρα σφηνοειδούς επιγραφής του Naram-Sin ηγεμόνος της Eshnunna του δεκάτου εννάτου αι., η οποία, μάλιστα, φαίνεται ότι χαράχθηκε επιτοπίως, ενώ από το Κούριον Κύπρου προέρχεται ενεπίγραφη σφραγίδα του ίδιου.[163]

Κατά την Μέση Εποχή του Χαλκού το διεθνές εμπόριο διατήρησε την ακμή του, διεξήγετο δε μέσω περιοχών όπου ομιλούντο πλείστες γλώσσες. Στην εμπορική δραστηριότητα συμμετείχαν Ασσυριακοί οίκοι οι οποίοι με καραβάνια

μετέφεραν αγαθά στα εμπορεία της Ανατολίας, απεσταλμένοι των φαραώ της XII δυναστείας κινούμενοι κυρίως στην Συρο – Παλαιστίνη και το Σινά, αλλά και αγγελιαφόροι του ηγεμόνος του Mari οι οποίοι εμφανίζονται εποπτεύοντες το εμπόριο διαφόρων αγαθών.[164] Όπως προκύπτει από την πινακίδα A 1270, χρονολογούμενη από τα χρόνια του Zimri-Lim κατά το πρώτο ήμισυ του δεκάτου ογδόου αι. π.Χ., φορτία κασσιτέρου έφθαναν στο Mari από την περιοχή του Ιράν μέσω διαφόρων πόλεων (Aleppo, Hazor και Ugarit).[165] Από τον στίχο 28 του ίδιου κειμένου επιβεβαιώνεται η εμπλοκή των Κρητών στο εμπόριο κασσιτέρου (*an.na* = *anaku*- κασσίτερος), δεδομένου ότι στην Ευαγορίτιδα φέρεται μόνιμα εγκατεστημένος μεταφραστής στην γλώσσα τους, ενώ στην εμπορική διαδικασία εμφανίζονται δραστηριοποιούμενοι και Κάρες. Άλλες πινακίδες του Mari αναφέρονται επίσης σε Κρητικά μεταλλικά όπλα, διακοσμημένα με ένθετα υλικά, και μας πληροφορούν ότι ο Zimri-Lim απέστελλε προς τον Hammurabi βασιλικά δώρα από την Κρήτη,[166] ενώ ο ίδιος ενήργησε για την ναυπήγηση πλοίου Μινωικού τύπου για λογαριασμό του.[167] Ο περίφημος για τους νόμους του Βαβυλώνιος ηγεμών αναφέρεται ότι υπήρξε αποδέκτης Μινωικών σανδαλιών,[168] τα οποία έχαιραν τότε ιδιαίτερης εκτιμήσεως. Αξιοσημείωτο σχετικώς κρίνεται επίσης ότι μετά την επιστροφή του από την Ugarit ο Zimri-Lim έλαβε μέρος σε τελετουργία προς τιμήν της Ishtar, όπου φέρεται καθήμενος σε ξύλινο κάθισμα με δέρας ταύρου, προσομοιάζον προς σχετικές διαμορφώσεις της πρύμνης Αιγαιακών σκαφών! Η Foster σημειώνει ότι ενδεχομένως ο βασιληάς αναπαρήγαγε με αυτόν τον τρόπο Κρητικά στοιχεία που είχε γνωρίσει στην Ugarit,[169] δεδομένου και του γεγονότος ότι ενδιαφέρθηκε για την κατασκευή σκάφους Μινωικού τύπου, όπως αυτά που

είδε σε αυτόν Συριακό λιμένα. Υποθετικού χαρακτήρα είναι και δεύτερη σχετική παρατήρηση της ως άνω ερευνήτριας αναφορικά με σφραγιδοκύλινδρο από αιματίτη της παλαιο – Βαβυλωνιακής περιόδου. Το τεχνούργημα παριστά θεότητα καθήμενη εντός σκάφους του οποίου η πλώρη και η πρύμνη διαθέτουν ανθρωπόμορφη κατασκευή, το δε κύτος (καρίνα) φέρει γεωμετρική διακόσμηση, στοιχεία τα οποία είναι ασυνήθη στην Εγγύς Ανατολή αλλά οικεία στο Αιγαίο σε επίδραση του οποίου ενδεχομένως οφείλονται![170]

Συμπερασματικά ιδιαίτερα από την Μέση Εποχή του Χαλκού και με εντεινόμενη έμφαση στην συνέχεια το Αιγαίο εμφανίζεται όλο και πιο έντονα στο προσκήνιο ως εμπορικός εταίρος, αποδέκτης πρώτων υλών, και ως παραγωγός δημοφιλών προϊόντων κύρους ενώ παράλληλα διαθέτει φήμη και χαίρει αναγνωρίσεως τέτοιας ώστε στα Ευαγοριτικά έπη η Κρήτη να ανακηρύσσεται έδρα του θεού Kothar-wa-Hasis των μετάλλων και της μεταλλοτεχνίας.[171] Σειρά Μινωικών προϊόντων[172] φέρει μιαν ιδιαίτερη αύρα που τα καθιστά ιδιαίτερα επιθυμητά από τις ηγέτιδες κοινωνικές ομάδες πολιτικών οντοτήτων στην Συρο – Παλαιστίνη και την ευρύτερη Ανατολική Μεσόγειο, για τις οποίες τα Κρητικά τεχνουργήματα αποκτούν την σημασία συμβόλου υψηλής κοινωνικής θέσεως![173] Είναι χαρακτηριστικό ότι δύο σημαντικοί ερευνητές, οι Foster και Alberti, υπογραμμίζουν ότι σε πληθώρα περιπτώσεων προϊόντα Κρητικής παραγωγής ή και Κρητικού τύπου - *à la Crétoise* - ασκούν ιδιαίτερη έλξη στα ανακτορικά κέντρα της εποχής τόσον για τον εξωτικό χαρακτήρα τους, όσο και για την αισθητική αξία τους.[174] Η ακτινοβολία των Μινωικών διακοσμητικών θεμάτων και της Κρητικής αύρας επηρεάζει την τέχνη της περιοχής ιδιαίτερα κατά τα

τέλη της ΥΕΧ,[175] εξαπλώνεται δε στην Μεσοποταμία αφήνοντας ορατά ίχνη στην κεραμεική του Nuzi (πλησίον του συγχρόνου Kirkuk).[176]

Το πιο χαρακτηριστικό γεγονός όμως είναι η από μέρους σειράς τοπικών ηγεμόνων της ευρύτερης Ανατολικής Μεσογείου υιοθέτηση ανακτορικών τοιχογραφιών οι οποίες υιοθετούν Αιγαιακή τεχνολογία και καλλιτεχνικό ύφος, διαθέτουν δε έναν εξωτικό χαρακτήρα παραμένοντας ταυτόχρονα θαυμαστά και ελκυστικά. Το γεγονός έχει θεωρηθεί ότι παραπέμπει στην μετάδοση ανακτορικών τρόπων ζωής στην Ανατολική Μεσόγειο τής Εποχής του Χαλκού,[177] ενώ άλλοι τείνουν να υποστηρίζουν την ανάδυση ενός κοινού, στην περιοχή, αισθητικού κινήματος - ύφους, του λεγομένου Ελληνο – Λεβαντίνικου.[178]

Αιγαιακού ύφους τοιχογραφίες εμφανίζονται στα ανάκτορα πληθώρας πόλεων – κρατών από την Χεττιτική πρωτεύουσα στην Ανατολία,[179] την Άβαριν του Νειλοτικού Δέτα αλλά και στα Malqata των Αιγυπτιακών Θηβών,[180] σε θέσεις της Συρο – Παλαιστίνης (Tell Kabri, Alalakh, Ebla, Qatna, Tell Sakka, Tell el-Burak),[181] ως το Mari[182] και το Nuzi της Μεσοποταμίας![183]

Η υιοθέτηση της Αιγαιανίζουσας τέχνης σε σειρά ανακτορικών κέντρων της Συρο – Παλαιστίνης, Ανατολίας, Αιγύπτου και Μεσοποταμίας συνιστά μια τομή αναφορικά με την παραδοσιακή παράσταση της βασιλείας στην ευρύτερη περιοχή. Στις τοιχογραφίες υιοθετείται μιά φευγαλέα αν όχι και ελλειπτική παράσταση της βασιλείας, χαρακτηριστική της Αιγαιακής οπτικής, η οποία έρχεται σε αντίθεση με την παραδοσιακή βασιλοκεντρική της Ανατολής.[184] Σύμφωνα με την άποψη των Cline και Landau το γεγονός αυτό εκφράζει την διάθεση των ηγεμόνων να ανήκουν σε ένα πιο κοσμοπολίτικο σύστημα αναφοράς, ενδεχομένως όμως πηγαίνει πολύ πιο μακρυά. Για το ίδιο θέμα ο

Bietak αναρωτιέται εάν θα πρέπει να αποδώσουμε την ένταση και έκταση αυτής της Αιγαιακής επιρροής στην Αίγυπτο και την Συρο – Παλαιστίνη σε ένα είδος *φαινομένου ή συνδρόμου των Βερσαλλιών*.[185] Δίδοντας στον όρο αυτό περιεχόμενο σχετικό με την επίδραση την οποίαν μπορεί να ασκήσει μία κοινωνία με εξέχον πολιτιστικό κύρος σε μιάν άλλη διασυνδεδεμένη, ο διακεκριμένος ανασκαφέας της Αβάριος διερωτάται αν το Αιγαίο μπορεί να παραλληλισθεί, από την άποψη αυτή, με τις Βερσαλλίες του 18ου αιώνος..[186]

Από την τρίτη / δεύτερη χιλιετία το Αιγαίο και η Μεσοποταμία ήλθαν σε άμεση ή έμμεση εμπορική επαφή, συναντήθηκαν δε επίσης στα Ασσυριακά εμπορεία της Ανατολίας (Kaneš - Kültepe),[187] πιθανώς δε και στο προϊστορικό Μπαχρέιν (Τύλο).[188] Κατά την Ύστερη Εποχή του Χαλκού κυρίως, σε ευρεία περιοχή της Ανατολικής Μεσογείου ως και την Μεσοποταμία αναδείχθηκε έντονη η ακτινοβολία του Μινωικού – Μυκηναϊκού πολιτιστικού ύφους το οποίο άσκησε ιδιαίτερη έλξη στα ανακτορικά κέντρα ευρύτατων περιοχών. Η ανάπτυξη και αποδοχή αυτού του πολιτιστικού προτύπου η οποία προετοιμάστηκε ήδη από την Μέση Εποχή του Χαλκού, διαμορφώνει μιάν εικόνα για τα πολιτιστικά πράγματα της ευρύτερης Ανατολικής Μεσογείου, συμπεριλαμβανομένων και τμημάτων της Μεσοποταμίας, η οποία δεν μπορεί να συμβαδίσει με Παν – Βαβυλωνιακές[189] προσεγγίσεις που σχολιάσθηκαν στα προηγούμενα αναφορικά με τα επιτεύγματα στον κλάδο των θετικών επιστημών. Έχει την σημασία του εν προκειμένω να προσθέσουμε ότι κατά την διάρκεια της Περσικής κυριαρχίας στην Μεσοποταμία, η αυλή του Πέρση βασιλέα δεν περιελάμβανε Βαβυλώνιους θεραπευτές, ενώ σημαντική υπήρξε η παρουσία γνωστών Ελλήνων αλλά και Αιγυπτίων, το γεγονός δε εκτιμούμε ότι

αποτελεί ένα πρόσθετο επιχείρημα που βάλλει κατά της απόψεως για Βαβυλωνιακή υπεροχή στις επιστήμες![190]

Αιγαίο και Μεσοποταμία πλησίασαν ξανά κατά την λεγομένη Ανατολίζουσα περίοδο, με την Αιγαιακή τέχνη να δέχεται τότε ισχυρή επιρροή, καθώς και κατά την διάρκεια της Περσικής κυριαρχίας στην Μεσοποταμία.[191] Σύμφωνα με διάφορες πηγές Έλληνες (Yamanāya ήτοι Ίωνες) φέρονται ασκούντες εμπορική, κατασκευαστική είτε μισθοφορική δραστηριότητα στην Αχαιμενιδική Μεσοποταμία (Βαβυλώνα, Nippur), ενώ άλλοι αναδεικνύονται ιδιοκτήτες γής και κατέχουν υψηλές θέσεις, δεν λείπει δε και περίπτωση Έλληνα ο οποίος είχε υιοθετήσει Βαβυλωνιακό όνομα.[192] Κατά την Ασσυριακή περίοδο ο Tiglat-Pilesers III (745–727 π.Χ.) θα στραφεί κατά του Ελληνικής συσχετίσεως πολυεθνικού κρατιδίου της Qwe ή *Κιλικικής Αχαΐας*,[193] με τους ηττηθέντες Έλληνες να προβαίνουν στην συνέχεια σε επιθετικές επιχειρήσεις διά θαλάσσης εναντίον του, απειλώντας την Τύρο και άλλες παράλιες θέσεις της Συρο – Παλαιστίνης ελεγχόμενες από την Ασσυρία. Από την ίδια περίοδο παρέχονται επίσης ενδείξεις για την ύπαρξη Ιωνικού οικισμού στην Ασσυριακή επικράτεια.[194] Τεκμήρια επαφών, και μάλιστα συγκρουσιακών, υπάρχουν και κατά την ακολουθήσασα περίοδο του Sargon II, αξιοσημείωτη δε είναι εδώ αναφερόμενη Ιωνική εξέγερση στην Άζωτο - Ashdod κλπ.[195] Οι επαφές των Ασσυρίων με τους Έλληνες συνεχίστηκαν καθόλη την διάρκεια της Ασσυριακής αυτοκρατορίας,[196] ιδιαίτερα δε κατά την βασιλεία του Nabonidus - τελευταίου βασιλέως της νέο – Βαβυλωνιακής περιόδου (556 - 539 π.Χ.) – φαίνεται ότι Έλληνες τον υπηρέτησαν ως μισθοφόροι, μερικοί δε δραστηριοποιήθηκαν με

εξέχουσες θέσεις στα ανάκτορά του στην Tayma της ΒΔ Αραβίας,[197] όπου ο μονάρχης κατέλυσε επί δέκα περίπου χρόνια.[198]

Στην ακολουθήσασα Σελευκίδεια περίοδο οι Βαβυλώνιοι ήλθαν σε άμεση επαφή με το Ελληνικό στοιχείο σε μεγαλύτερη ακόμη κλίμακα, με έναν αριθμό από αυτούς να υιοθετούν ακόμη και Ελληνικά ονόματα![199] Επί παραδείγματι αναφέρεται ο Anu-abalit Κέφαλων από την Uruk, του οποίου ένας των αδελφών ονομαζόταν Τιμοκράτης ενώ συζυγός του υπήρξε η Αντιοχίς. Άλλος υπήρξε ο Anu-abalit Νίκαρχος, διοικητής της Uruk, αναναφέρονται δε και Έλληνες συμμετέχοντες στα θρησκευτικά πράγματα όπως κάποιος Σώσανδρος, υιός του Διοδώρου και εγγονός του Στράτωνος, ο οποίος αποκαλείται 'άνδρας της Uruq'. Άλλωστε από σειρά ερευνητών έχει διατυπωθεί η άποψη ότι η Βαβυλών είχε καθιερωθεί ως πόλις ελληνικού τύπου κατά την περίοδο 180-160 π.Χ.[200] Η Dalley από την άλλη, κινούμενη στα πλαίσια παν – Βαβυλωνιακών αντιλήψεων, εμφανίζεται να υποστηρίζει ότι ο Διογένης ο Βαβυλώνιος υπήρξε Χαλδαίος, ενώ την ίδια άποψη έχει διατυπώσει και για κάποιον άλλον Έλληνα ονόματι Αντίπατρο,[201] υιό του Αντιπάτρου από την Ιεράπολιν της Σελεύκειας, αναφερόμενο σε Ελληνιστική επιγραφή της Θεσσαλίας,[202] και αυτά παρ' όλες τις αντίθετες σχετικές αναφορές σειράς αρχαίων συγγραφέων.[203]

Με την Αλεξανδρινή κατάκτηση η Μεσοποταμία ενετάχθη στο ευρύτατο Ελληνιστικό εμπορικό δίκτυο το οποίο την συνέδεσε με την *οικουμένη*, προσφέροντάς της μία νέα περίοδο ανθίσεως.[204] Η τοπική άρχουσα τάξη των Μεσοποταμιακών μητροπόλεων, συνιστάμενη κυρίως από αξιωματούχους με ιερατικές αρμοδιότητες και εισοδήματα συνδεδεμένα και εξαρτώμενα από τον

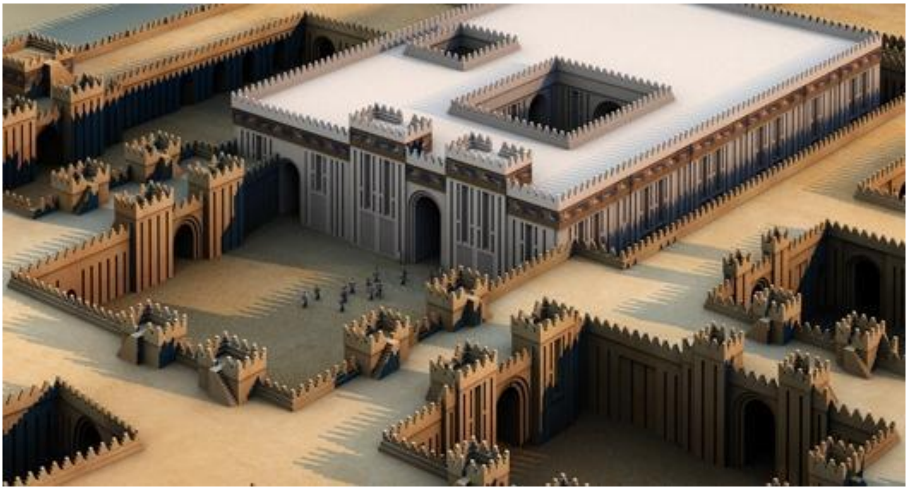
ναό, έχει υποστηριχθεί ότι – σε κάποιες τουλάχιστον περιπτώσεις – εμφανίσθηκε ως μετέχουσα του Ελληνικού πολιτισμού.[205] Όμως η τελευταία άποψη δεν έχει γίνει αποδεκτή από το σύνολο της επιστημονικής κοινότητας, με μερίδα ερευνητών να την χαρακτηρίζει ως 'αποικιοκρατική' (;),[206] και άλλους να την αρνούνται πλήρως υποστηρίζοντας ότι υπήρξε μόνον μία επίφαση εξελληνισμού του Μεσοποταμιακού πολιτισμού![207] Αυτοί οι θεματοφύλακες των θρησκευτικών και άλλων Μεσοποταμιακών παραδόσεων για λόγους συμφέροντος, είτε λόγω της εντάξεώς τους και προσεγγίσεως σε ένα λαμπερό και γοητευτικό διεθνικό περιβάλλον, κατέστησαν μεσολαβητές μεταξύ των Σελευκιδικών ανακτόρων από την μία και του γηγενούς πληθυσμού από την άλλη. Μάλιστα σε πολλές περιπτώσεις παρέσχον την συμβολική νομιμοποίηση στην Σελευκίδεια βασιλεία, όπως όταν παραχώρησαν στον Αντίοχο ΙΙΙ τον μανδύα του Nebuchadnezzar II (Ναβουχοδονόσορ Β' ο Μέγας),[208] ενώ εκτιμάται ότι έφθασαν να εντάξουν στην θρησκευτική εθιμοτυπία τους την λατρεία του θεοποιηθέντος Μακεδόνα βασιλέα, προσαρμόζοντας σχετικώς παλαιότατη παράδοση.[209]

Η απόκτηση δεύτερου Ελληνικού ονόματος, η αποδοχή ενός Ελληνικού τρόπου ζωής[210] και η υιοθέτηση Μακεδονικών ταφικών εθίμων, ξένων προς την Βαβυλωνιακή παράδοση, είναι χαρακτηριστική σε τάφους της άρχουσας τάξεως της Ορχόης - Uruk, δύο των οποίων μάλιστα έχουν αποδοθεί στους παραπάνω Νίκανδρο και Κεφάλωνα![211] Άλλωστε από την λεγομένη *Επιγραφή του Γυμνασίου Βαβυλώνος* φαίνεται ότι ορισμένοι Μεσοποτάμιοι συμμετείχαν σε αθλητικές διοργανώσεις ως Έλληνες πολίτες![212] Είναι χαρακτηριστικό μάλιστα ότι τα ταφικά ευρήματα που ανασκάφηκαν στους τύμβους του Frēhāt en-Nufēği

εμφανίζονται παρόμοια με άλλα από την Βεργίνα, Όλυνθο, Δερβένι, από την Σαλαμίνα Κύπρου, την Φαϊλάκα (Ελληνιστικό Φυλακείον στην Τύλο – Μπαχρέιν),[213] έως και από την Βακτρία, ήτοι από περιοχές που είχαν όλες τεθεί υπό Μακεδονική πολιτική ηγεμονία και πολιτιστική επιρροή.[214] Χωρίς την διάθεση να πλατειάσουμε σημειώνουμε ότι η κεραμεική η οποία ανεσκάφη στην Ορχόη της Ελληνιστικής περιόδου περιλαμβάνει Ελληνικά ή Ελληνικής εμπνεύσεως κεραμεικά σε ποσοστό που κυμαίνεται μεταξύ του ενός τετάρτου και του ενός τρίτου του συνόλου.[215] Εξ άλλου τα ανασκαφικά δεδομένα από την Βαβυλώνα μαρτυρούν ως πιθανότατη την ανακαίνιση – επαναδιακόσμηση του λεγομένου *θερινού ανακτόρου* του Nebuchadnezzar στην Ελληνιστική Βαβυλώνα. Μάλιστα μεταξύ των σχετικών Ελληνιστικών αρχιτεκτονικών στοιχείων τα οποία ενετάχθησαν στο ανάκτορο περιλαμβάνεται ακροκέραμο μορφής ανθεμίου προσαρτημένο σε πλακίδιο κορυφογραμμής για χρήση σε οροφή, θραύσματα κονιάματος από τοιχογραφίες, Ελληνικά πλακίδια οροφής όπως και πλίνθοι (τούβλα),[216] έχει δε την σημασία του να σημειωθεί εν προκειμένω ότι η χρήση κονιάματος γύψου σε τοιχοποιία από ψημμένα πλινθία εγκαινιάστηκε στην Μεσοποταμία κατά την Ελληνιστική περίοδο για να γενικευθεί εν συνεχεία στην Παρθική.[217] Κλείνοντας αυτήν την σύντομη παρέκβαση επισημαίνεται, τέλος, η ανασκαφή στην Βαβυλώνα θραυσμάτων εντυπωσιακού επιτοίχιου πινακίου (Bab. 66496), πιθανώς φερόμενου εντός λίθινου ή ξύλινου πλαισίου, το οποίο υιοθετεί την Ελληνιστική διακοσμητική προσέγγιση της απομιμήσεως μαρμάρου με χρήση έγχρωμων κονιαμάτων.[218] Η τεχνική, γεννηθείσα – όπως πιστεύεται - στην Πτολεμαϊκή Αλεξάνδρεια

κατέστη δημοφιλής στην Ρώμη, αποτελέσασα τυπικό τρόπο στην διακόσμηση της Πομπηίας.[219]

Ελληνική επίδραση ανιχνεύθηκε επίσης στον ναό της Ishtar (Irigal), του συγκροτήματος Bit Resh, το οποίο σημειωτέον ότι ανηγέρθη από τον Anu-uballit Κεφάλωνα. Πράγματι στον θριγκό του ναού τεκμηριώθηκε η ύπαρξη ζωοφόρου, χαρακτηριστικό το οποίο εθεωρήθη ότι παραπέμπει σαφώς στον *περίπτερο* της ελληνικής θρησκευτικής αρχιτεκτονικής, αν και η εικονογραφία και η επιλεγμένη τεχνική κατασκευής παρέμειναν πιστά στην παράδοση της Αρχαίας Εγγύς Ανατολής (Εικόνα 7).[220]



Εικόνα 7. Ψηφιακή αναπαράσταση του ιερού Bit Resh, το οποίο ανηγέρθη τον τρίτο αι. π.Χ. (artefacts_ berlin.de, DAI)

Από την άλλη πλευρά και οι Έλληνες δεν έμειναν ανεπηρέαστοι από αυτήν την επαφή, αφού κατά περίπτωση συμμετείχαν στα τοπικά θρησκευτικά δρώμενα, ενώ υιοθέτησαν και ημι-μυθικά στοιχεία της Ασσυριακής παραδόσεως

όπως αυτό της ισχυρής βασίλισσας Σεμιράμιδος ή Sammu-ramat.[221] Η επαφή τους μάλιστα με τις Μαθηματικές παρακαταθήκες όσον και τα αρχεία αστρολογικών παρατηρήσεων της Μεσοποταμίας συνεισέφερε στην ανάδυση και εμπλουτισμό των θετικών επιστημών. Σε κάθε περίπτωση η Μεσοποταμιακή συνεισφορά στην ανάπτυξη των Μαθηματικών κατέχει εξέχουσα θέση στην ιστορία των θετικών τεχνών και επιστημάν κατά την αρχαιότητα.



Εικόνα 8. Μηχανισμός των Αντικυθήρων: αξεπέραστος γιά μιά-μισυ χιλιετία!

ΕΒΔΟΜΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

7. Καταληκτικά σχόλια

Η ανθρώπινη προσπάθεια για την κατάκτηση της γνώσεως δεν μπορεί παρά να ακολουθεί μια κλιμακωτή πορεία, όπου κάθε βαθμίδα εδράζεται στην προηγούμενη, χωρίς να αποκλείονται οι διακοπές, οπισθοχωρήσεις και τα άλματα. Η δυνατότητα παραγωγής πλεονάσματος και η συνακόλουθη πρώιμη δημιουργία κρατικών δομών φαίνεται ότι συνετέλεσε στην δημιουργία των προϋποθέσεων γιά την ανάπυξη των συστημάτων (κατά-)γραφής στα κέντρα της Μεσοποταμίας και της Αιγύπτου. Από τα τέλη της τετάρτης χιλιετίας εκτιμάται ότι στην πρώτη εμφανίσθηκε αρχαϊκό αριθμητικό σύστημα το οποίο στην επόμενη χιλιετία ανεξαρτητοποιήθηκε από το είδος του καταμετρούμενου αγαθού καταλήγοντας στο γνωστό αφηρημένο αριθμητικό σύστημα της σφηνοειδούς.[222] Η προδυναστική Αίγυπτος φαίνεται να διέθετε επίσης μικρό πλήθος αριθμητικών συμβόλων τα οποία αναπτύχθηκα στην συνέχεια.[223]

Αναλόγως στον ηπειρωτικό Ελλαδικό χώρο, ειδικώτερα στην Θεσσαλία και Μακεδονία και αργότερα στις Κυκλάδες, ακολουθήθηκε ήδη από την Νεολιθική ανάλογη εξελικτική πορεία, αρχικώς με την υιοθέτηση πήλινων κώνων κλπ. συμβολικών αντικειμένων προς αντιστοίχιση με αγαθά (ζώα, δημητριακά κ.α.) και εν συνεχεία με την πιθανή εμφάνιση μηνυμάτων πρωτο - γραφής (;).[224] Στον ευρύτερο χώρο του πολιτιστικού κύκλου της Χερσονήσου του Αίμου η εμφάνιση των μέσων καταγραφής ακολουθήθηκε από απόπειρες γραπτής επικοινωνίας, όπως μαρτυρούν οι *πινακίδες* της Ταρταριάς, του Δισπηλιού, των Γιαννιτσών κ.ά. με την επιστήμη όμως να διστάζει να αποδεχθεί την ύπαρξη πρωτο – γραφής στην Χερσόνησο πρίν την καθιερωμένη *πρώτη* (;) εμφανισή της στην Μεσοποταμία.[225]

Τα Μαθηματικά από τον Heath, όπως άλλωστε και από τον Kline, ονομάστηκαν *Ελληνική επιστήμη*,[226] και δικαίως μιάς και σε αυτούς έλαχε να θέσουν τις πρώτες αρχές τους και εδραζόμενοι στην Λογική να πραγματοποιήσουν μόνοι αυτοί το άλμα από την συσσώρευση πρακτικών γνώσεων στην θεμελίωση της επιστήμης. Πράγματι ενώ στην πορεία των χιλιετιών ο άνθρωπος διέβη πολλά στάδια αναπτύξεως και συσσώρευσε πληθώρα γνώσεων, το επόμενο άλμα, δηλαδή η δημιουργία επιστήμης, απαιτούσε μια κάποια απομάκρυνση από τον αισθητό κόσμο, αφαίρεση και γενίκευση, επιτεύγματα που για κάποιον λόγο έμελλε να πραγματοποιηθούν από τους Έλληνες, μάλιστα δε σε αυτήν την σημαντική ιστορική καμπή της Ελληνιστικής περιόδου. Αξιοσημείωτη εν προκειμένω είναι η Πλατωνική άποψη ότι τα μαθηματικά αναφέρονται στον χώρο των μη εμπειρικών αντικειμένων, απροσπέλαστων στην πρόσληψη των αισθήσεων![227]

Η Ελληνιστική περίοδος έχει από πληθώρα μελετητών θεωρηθεί ως η κατ' εξοχήν περίοδος η οποία συνοδεύτηκε από ραγδαία τεχνολογική ανάπτυξη. Μερίδα ερευνητών έχει συσχετίσει αυτό το φαινόμενο με το ιστορικά συγκυριακό γεγονός[228] των Αλεξανδρινών κατακτήσεων και την προκύψασα διευρυμένη δυνατότητα επαφής και πολιτιστικών ανταλλαγών στα πλαίσια μιάς φιλελεύθερης πολιτικής τόσον του Αλεξάνδρου, όσον και των επιγόνων του, Πτολεμαίων και Σελευκιδών.[229] Η επικοινωνία και διεθνοποίηση σε μεγάλη κλίμακα η οποία είχε εγκαινιαστεί ηδη στα πλαίσια τής Περσικής αυτοκρατορίας, αναπτύχθηκε και ολοκληρώθηκε κατά του τρείς τελευταίους προ – Χριστιανικούς αιώνες, επηρεάζοντας τον τότε γνωστό κόσμο (*οικουμένη*).

Η Ελληνιστική ενοποίηση και η δημιουργία του βασιλείου των Σελευκιδών όπως και του Πτολεμαϊκού έδωσαν την δυνατότητα για άμεση επαφή των Ελλήνων με την Βαβυλώνα, αφ' ενός, και την Αίγυπτο, αφ΄ετέρου, αποκαθιστώντας επιπρόσθετα την απρόσκοπτη κυκλοφορία ιδεών, καινοτομιών και συλλήψεων σε ευρεία περιοχή, από την Μαύρη θάλασσα ως την Ινδική και την Κίνα ακόμη .. Κατά τη διάρκεια των αιώνων που ακολούθησαν ερευνητές έχουν διακρίνει την ραγδαία εισαγωγή στα Ελληνικά μαθηματικά και την αστρονομία στοιχείων από την αλγεβρική δεινότητα των Βαβυλωνίων και γνώσεων αστρονομίας όπως και την οικειοποίηση βάσεων δεδομένων οι οποίες αφορούσαν στις αστρονομικές παρατηρήσεις αιώνων των Χαλδαίων. Σύμφωνα με τον Price αυτά τα στοιχεία ήταν ξένα προς την Ελληνική παράδοση και δεν θα μπορούσαν παρά να αποδοθούν σε Βαβυλωνιακές ρίζες,[230] άποψη που όπως είδαμε επικρατεί σε πληθώρα μελετητών. Στο σημείο αυτό σημειώνουμε πάντως ότι η Βαβυλωνιακή μαθηματική παράδοση φαίνεται διακοπείσα το 1600 π.Χ.

από την Χεττιτική κατάκτηση, για περισσότερο δε από μία χιλιετία δεν υπάρχουν γραπτά τεκμήριά της που να μαρτυρούν την συνέχειά της. Εν πάσει περιπτώσει κατά την περίοδο των Σελευκιδών, κυρίως, η παράδοση αυτή φαίνεται να κάνει αισθητή και πάλι την παρουσία της, κατά δε μία άποψη η Σελευκίδεια φάση της συνεχίζει κατά βάσιν μια παράδοση διακοπείσα επί μακρόν.

Σε κάθε περίπτωση από τον Ευκλείδη εισάγονται για πρώτη φορά οι θεμελιώδεις αρχές και οικοδομείται αξιωματικά η μαθηματική επιστήμη. Παρήλθαν χιλιετίες ολόκληρες αναπτύξεως των μαθηματικών γνώσεων μέχρι να έρθει η ώρα να δημιουργηθεί η επιστήμη, η οποία βασίζεται στην Λογική και την Απόδειξη, αμφότερα έργα των αρχαίων Ελλήνων, απουσιάζοντα όμως από τα Μαθηματικά της Ανατολής.[231] Δεν είναι, φαίνεται, άσκοπο να υπογραμμίσουμε την διαφορά που υπάρχει μεταξύ της εμπειρικής γνώσεως επί παραδείγματι για την σχέση των πλευρών του ορθογωνίου, η οποία προϋπήρχε επί αιώνες σε διάφορα πολιτιστικά σχήματα, με την απόδειξη του σχετικού θεωρήματος[232] Έτσι ο Gheverghese Joseph, στα πλαίσια των αντι – Ευρωκεντρικών αλλά φυλετικών αντιλήψεών του, επιχειρεί να απαξιώσει την σημασία της αποδείξεως,[233] η οποία εισήχθη από τους Έλληνες, παραθέτοντας απόσπασμα του Katz σύμφωνα με το οποίο:[234]

One discovers theorems by experiment, by trial and error, by induction, etc. Only after the discovery is there a search for a rigorous 'proof.'

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Acerbi, F. 2005. "A Reference to Perfect Numbers in Plato's Theaetetus," *Archive for History of Exact Sciences* 59 (4), pp. 319-348.

Acharya, E. R. 2018. "Cretan Hieroglyphs Numerals: A Brief Information," *Research & Reviews: Journal of Social Sciences* 4 (1), pp. 214-220.

Alberti, L. 2012. "Making visible the invisible: Cretan objects mentioned in the cuneiform texts of Mari and archaeological discoveries in Crete in the II millennium BC," Studi Micenei ed Egeo-Anatolici 54, pp. 117-142.

Angelidis, P., E. Kalambouki, S. Sotiropoulou, M. Hamaoui. 2018. "The Preliminary Designs in the Akrotiri Wall-paintings," in *Paintbrushes*, *Proceedings of the International Conferenceon Aegean Iconography*, ed. A. G. Vlachopoulos, pp. 359-370.

Aslanidou, K. 2007. "Some Ornamental Scenes on the Wall Paintings from Tell el Dabca: Iconography and Context," in *The Synchronisation of Civilisations in the Eastern Mediterranean in the Second Millennium B.C.* III. Proceedings of the SCIEM 2000 – 2nd EuroConference, ed. M. Bietak and E. Czerny, Wien, pp. 191-206.

Baker, H. D. 2013. "The Image of the City in Hellenistic Babylonia," in *Shifting Social Imaginaries in the Hellenistic Period: Narrations, Practices and Images*, ed. E. Stavrianopoulou, Leyden / Boston, pp. 51-66.

Bass, G. F. 1966. "Troy and Ur, Gold Links Between Two Ancient Capitals," *Expedition* 8 (4), pp. 26-39.

Bietak, M. 2013. "The Impact of Minoan Art on Egypt and the Levant: A Glimpse of Palatial Art from the Naval Base of Peru-nefer at Avaris," in *Cultures in Contact: From Mesopotamia to the Mediterranean in the Second Millennium B.C.*, ed. J. Aruz, S. B. Graff, and Y. Rakie, New York, pp. 188-199.

Blomberg, M., G. Henriksson. 2015. "Minoan Astronomy," in Handbook of Archaeoastronomy and Ethnoastronomy, ed. C. Ruggles, New York, pp. 1431-1441.

Boyer, C. B. 1961. Rev. of B. L. Van der Waerden, *Science Awakening* I, in *Science* 134 (3494), pp. 1975-1976.

Boyer, C. B. 1968. *A History of Mathematics*, New York / London / Sydney.

Branigan, K., ed. 2001. *Urbanism in the Aegean Bronze Age*, Derby.

Bryan, B. M. 2000. "The 18th Dynasty before the Amarna Period (c.1550-1352 BC)," in *The Oxford History of Ancient Egypt*, ed. I. Shaw, New York, pp. 207-264.

Bryce, T. 2009. *The Routledge Handbook of the Peoples and Places of Ancient Western Asia. The Near East from the Early Bronze Age to the Fall of the Persian Empire*, New York.

Bulmer-Thomas, I. 1983. "Plato's Theory of Number," *The Classical Quarterly* 33 (2), pp. 375-384.

Carey, N., and D. Clampitt. 1989. "Aspects of Well-Formed Scales," in *Music Theory Spectrum* 11 (2), pp. 187-206.

Carey, N. 2011. "On a Class of Locally Symmetric Sequences: The Right Infinite Word Λ_{θ}," in *Mathematics and Computation in Music: Third International Conference* (*LNAI* 6726), ed. C. Agon, E. Amiot, M. Andreatta, G. Assayag, J. Bresson, and J.Manderau, Paris, pp. 42-55.

Childe, V. G. 1950. "The Urban Revolution," *The Town Planning Review* 21, pp. 3–17.

Chiotis, E. D. 2001. "New Evidence on the Advanced Level of the Mycenaean Mathematics," in *Archaeometry Issues in Greek Prehistory and antiquity,* ed. Y. Bassiakos, E. Aloupi and Y. Facorellis, pp. 801-810.

Clancier, P. 2011. "Cuneiform Culture's last guardians: The old Urban Notability of Hellenistic Uruk," in *The Oxford Handbook of Cuneiform Culture*, ed. K. Radner and E. Robson, Oxford, pp. 752-773.

Clay, A. T., ed. 1913. *Babylonian Records in the Library of J. Pierpont Morgan* II: *Legal Documents from Erech dated in the Seleucid Era* (312-65 BC), New Haven.

Cort MacLean Johns 2019. *The Industrial Revolution-Lost in Antiquity-Found in the Renaissance*, USA.

Couprie, D. L. 2011. *Heaven and Earth in Ancient Greek Cosmology: From Thales to Heraclides Ponticus*, New York.

Crawly, J. 1997. “Geometry in Minoan design,” in *TEXNH: craftsmen, craftswomen and craftsmanship in the Aegean Bronze Age I* (*Aegaeum* 16), ed. R. Laffineur and P. Betancourt, Liege, pp. 81-91.

Cullen, C. 1996. *Astronomy and Mathematics in Ancient China: The 'Zhou Bi Suan Jing'*, Cambridge.

Dalley, S., and A. T. Reyes. 1998. “Mesopotamian Contact and Influence in the Greek World,” in *The Legacy of Mesopotamia*, ed. S. Dalley, Oxford, pp. 85-124.

Dee, M., D. Wengrow, A. Shortland, A. Stevenson, F. Brock, L. Girdland F. and C. Bronk Ramsey. 2013. “An absolute chronology for early Egypt using radiocarbon dating and Bayesian statistical modelling,” *Proceedings of the Royal Society A*, pp. 1-10. <https://doi.org/10.1098/rspa.2013.0395> (17 June 1020).

Dempsey, J. 2010. Calendar House, Clues to Minoan Time from Knossos Labyrinth, < http://ancientlights.org/CalendarHouse > (31 March 2010).

Dendrinos, D. S. “Mathematics of a Golden Ratio Ellipse: the Minoan 5-priestess gold signet ring from the Mycenaean Griffin Warrior tomb at Pylos,” < https://www.academia.edu/35369634/Mathematics_of_a_Golden_Ratio_Ellipse_the_Minoan_5-priestess_gold_signet_ring_from_the_Mycenaean_Griffin_Warrior_tomb_at_Pylos._An_Update_is_available_as_of_December_11_2017> (20 March 2020).

Diels, H. and W. Kranz. 1954. Die Fragmente der Vorsokratiker, Zyrich, 6th., Zurich.

Downey, W. S. 2015. “The Cretan Middle Bronze Age ‘Minoan Kernos’ was Designed to Predict a Total Solar Eclipse and to Facilitate a Magnetic Compass,” *Mediterranean Archaeology and Archaeometry* 15 (1), pp. 95-107.

D'Onofrio, A. M. 2007. "A Preliminary Survey of Evidence for Counters and Tokens in the Aegean and Hellenic World," in *Tallies, Tokens & Counters. From the Mediterranean to India: A Cross-Cultural Approach*, ed. A. M. D'Onofrio, Napoli, pp. 85-103.

Dunn, J. 2011. "About Ancient Egypt: An Overview of the Cities and Towns of Ancient Egypt," <http://www.touregypt.net/featurestories/cities.htm> (10 March 2020).

Evans, A. J. 1921. *The Palace of Minos at Knossos* 1: *The Neolithic and Early and Middle Minoan Ages*, London.

Evans, J. D., J. R. Cann, A. C. Renfrew, I. W. Cornwall and A. C. Western. 1964. "Excavations in the Neolithic Settlement of Knossos, 1957-60, Part I,", *BSA* 59, pp. 132-240.

Fisher, C. S. 1904. "The Mycenaean Palace at Nippur," *AJA* 8 (4), pp. 403-432.

Foster, K. P. 2018. "Mari and the Minoans," *Groniek* 217, pp. 343-362.

Fowler, D. 1999. *The mathematics of Plato's academy*, Oxford.

Frahm, E. 2019. "Cuneiform-Savvy Princesses and Literate Brewers: Three Millennia of Intellectual Life in Uruk," in *Uruk: First City of the Ancient World*, ed. N. Crüsemann, M. van Ess, M. Hilgert, B. Salje, T. Potts, Los Angeles, pp. 291-297.

Frahm, E. 2020. "From Sammu-ramat to Semiramis and Beyond: Metamorphoses of an Assyrian Queen," in *Women at the Dawn of History*, ed. A. W. Lassen and K. Wagensonner, New Haven, pp. 46-53.

Freudenthal, H. 1962. Rev. of. B. L. van der Waerden, *Science awakening*, English trans. A. Dresden, in *Bulletin of the American Mathematical Society* 68 (6), pp. 543-545.

Fügert, A. and H. Gries. 2020. "'I had baked bricks glazed in lapis lazuli color'. – A Brief History of Glazed Bricks in the Ancient Near East," in *Glazed Brick Decoration in the Ancient Near East. Proceedings of a Workshop at the 11th International Congress of the Archaeology of the Ancient Near East (Munich) in April 2018*, ed. A. Fügert and H. Gries, Oxford, pp. 1-15.

Galaty, M. L., W. A. Parkinson, eds. 2007. *Rethinking Mycenaean Palaces* II, 2nd ed., Los Angeles.

Gates, C. 2011. *Ancient Cities: The Archaeology of Urban Life in the Ancient Near East and Egypt, Greece and Rome*, 2nd ed., Routledge.
Getz-Preziosi, P. 1980. "The Male Figure in Early Cycladic Sculpture," *Metropolitan Museum Journal* 15, pp. 5-33.

Gheverghese Joseph, G. 2011. *The Crest of the Peacock, Non-European Roots of Mathematics*, 3rd ed., Princeton & Oxford.

Gonçalves, C. H. B. 2008. "An alternative to the Pythagorean rule? Reevaluating Problem 1 of cuneiform tablet BM 34 568," *Historia Mathematica* 35 (3), pp. 173-189.

Graham, J. W. 1970. "Egyptian Features at Phaistos," *AJA* 74 (3), pp. 231-239.

Gräff, A. C. 2011. "Die kulturelle und ethnische Identität von Griechen in den Gesellschaften Mesopotamiens und seiner Nachbarregionen" (diss. Freien Univ. Berlin).

Grainge, J. D. 1997. *A Seleukid Prosopography and Gazetteer*, Leiden / New York / Koeln.

Hammond, R. M. 2007. "Cosmological motifs and themes in the Odyssey of Homer, with some antecedents in Minoan and Mycenaean iconography" (diss. The Open University).

Hanna, G., H. Niels Jahnke, H. Pulte, eds. 2010. *Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*, New York/London.

Harper, P. O., E. Klengel-Brandt, J. Aruz, and K. Benzel., eds. 1995. *Assyrian Origins: Discoveries at Ashur on the Tigris: Antiquities in the Vorderasiatisches Museum*, Berlin, New York.

Heath, T. 1921. *A History of Greek Mathematics* I, Oxford.

Helmig, C. 2020. *World Soul – Anima Mundi: On the Origins and Fortunes of a Fundamental Idea*, Berlin / Boston.

Henriksson, G. and M. Blomberg. 2011. "The Evidence from Knossos on the Minoan Calendar," *Mediterranean Archaeology and Archaeometry* 11 (1), pp. 59-68.

Hicks, J. R. 2018. Rev. of R. Wallenfels, *Hellenistic Seal Impressions in the Yale Babylonian Collection: Ring-bullae and other Clay Sealings. Catalogue of the Babylonian collections at Yale*, in *BMCR* <https://bmcr.brynmawr.edu/2018/2018.01.43> (13 April 2020).

Høyrup, J. 1990a."Algebra and Naive Geometry. An Investigation of Some Basic Aspects of Old Babylonian Mathematical Thought I," Altorientalische Forschungen 17, pp. 27-69.

Høyrup, J. 1990b. "Algebra and Naive Geometry. An Investigation of Some Basic Aspects of Old Babylonian Mathematical Thought II," Altorientalische Forschungen 17, pp. 262-354.

Isler, M. 1991. "The Gnomon in Egyptian Antiquity," *Journal of the American Research Center in Egypt* 28, pp. 155-185.

Jones, A., C. Proust, J. M. Steele, eds. 2016. *A Mathematician's Journeys: Otto Neugebauer and Modern Transformations of Ancient Sciences*, Switzerland.

Kangshen, S., J. N. Crossley, A. W.-C. Lun. 1995. *The Nine Chapters on the Mathematical Art. Companion and Commentary*, Oxford.

Kappraff, J. 2000a. *Connections: The Geometric Bridge between Art and Science*. Singapore: World Scientific.

Kappraff, J. 2000b. "The Arithmetic of Nicomachus of Gerasa and its Applications to Systems of Proportion," *Nexus Network Journal* 2 (an electronic journal, www.nexusjournal.com), pp. 41-55.

Kappraff, J., and G. W. Adamson. 2009. "Generalized Genomic Matrices, Silver Means, and Pythagorean Triples," in *Forma* 24, pp. 41–48.

Kastanis, N., and Y. Thomaidis. 1993. "The term 'Geometrial Algebra', target of a contemporary epistemological debate," in *Ancient Greek mathematics, Historical and philological essays*, ed. D. Anapolitanos and V. Karasmanis, Athens, pp. 25-52.

Katz, V. 1998. *A history of mathematics: An introduction*, 2nd ed., Reading.

Kenanidis, I. K., and E. C. Papakitsos. 2015. "A Comparative Linguistic Study about the Sumerian Influence on the Creation ofthe Aegean Scripts," *Sch. J. Arts Humanit. Soc. Sci.* 3(1E), pp. 332-346.

Kirk, G. E. 1935. "Gymnasium or Khan? A Hellenistic Building at Babylon," *Iraq* 2 (2), pp. 223-231.

Kline, M. 1962. *Mathematics: A Cultural Aproach*, Reading Mass.

Kline, M. 1990. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* I, New York / Oxford.

Koehl, R. B. 2006. *Aegean Bronze Age Rhyta*, Pennsylvania.

Koehl, R. B. 2013. "The Near Eastern Contribution to Aegean Wall Painting and Vice Versa," in *Cultures in Contact: From Mesopotamia to the Mediterranean in the Second Millennium B.C.*, ed. J. Aruz, S. B. Graff, Y. Rakic, New Haven and London, p. 170-179.

Kose, A. 2013. "Das seleukidische Resch-Heiligtum," in *Uruk: 5000 Jahre Megacity*, ed. N. Crüsemann, M. van Ess, M. Hilgert and B. Salje, Petersberg, pp. 333–339.

Kose, A. 2019. "God of Heaven, King, Temple Community: The Late Flowering of Uruk in the Seleucid Period," in *Uruk: First City of the Ancient World*, ed. N. Crüsemann, M. van Ess, M. Hilgert, B. Salje, T. Potts, Los Angeles, pp. 301-309.

Lassen, A. W., and K. Wagensonner, eds. 2020. *Women at the Dawn of History*, New Haven.

Lauer, J.-P. 1955. "Sur le dualisme de la monarchie Égyptienne et son expression architecturale sous les premières dynasties [avec 4 planches]," *BIFAO* 55, p. 153-171.

Lazarovici, G., C. M. Lazarovici, and M. Merlini, eds. 2011. *Tărtăria and the Sacred Tablets*, Cluj-Napoca.

Lindström, G. 2003. "Kulturelle und ethnische Identität im hellenistischen Uruk. Ein Beitrag aus der Siegelforschung," in *Kulturkonflikte im Vorderen Orient an der Wende vom*

Hellenismus zur römischen Kaiserzeit, ed. K. S. Freyberger, A. Henning and H. von Hesberg, Rahden / Westfale, pp. 37–45.

Lipiński, E. 2006. *On the Skirts of Canaan in the Iron Age: Historical and Topographical Researches* (*Orientalia Lovaniensia Analecta* 153), Leuven/ Paris / Dudley.

Livio, M. 2002. *The Golden Ratio: The Story of PHI, the World's Most Astonishing Number*, New York.

MacGillivray, J. A. 2009. "Thera, Hatshepsut, and the Keftiu: crisis and response in Egypt and the Aegean in the mid-second millennium bc," in *Time's Up! Dating the Minoan eruption of Santorini* (*Monographs of the Danish Institute at Athens* 10) *Acts of the Minoan Eruption Chronology Workshop, Sandbjerg November 2007 initiated by Jan Heinemeier & Walter L. Friedrich*, ed. D. A. Warburton, Naryana, pp. 154-170.

Martzloff, J.-C. 1987. *A History of Chinese Mathematics*, Paris.

Marquand, A. 1905. "The Palace at Nippur Not Mycenaean but Hellenistic," *AJA* 9 (1), pp. 7-10.

McClain, E. G. 1984. *The Pythagorean Plato: Prelude to the Song Itsel*, Michigan.

McEnroe, J. C. 2010. *Architecture of Minoan Crete*, University of Texas Press.

McInerney, J. 2011a. "Bulls and Bull-leaping in the Minoan World," *Expedition* 53 (3), pp. 6-13.

Morgan, L. 2004. "Feline Hunters in the Tell El-Dabʿa Paintings: Iconography and Dating," *Ägypten und Levante / Egypt and the Levant* 14, pp. 285-298.

Mosenkis, L. "Minoan Exact Science: Sacral Astronomy, < https://www.academia.edu/28571980/MINOAN_EXACT_SCIENCE_SACRAL_ASTRONOMY> (30 March 2020).

Needham, J. and Wang Ling. 1959. *Science and Civilisation in China* 3: Mathematics and the Science of the Heavens and the Earth, Cambridge.

Neugebauer, O. 1936. “Zur geometrischen Algebra (Studien zur Geschichte der Algebra III),” *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, B: Studien* 3, pp. 245-259.

Neugebauer, O. 1963. “The Survival of Babylonian Methods in the Exact Sciences of Antiquity and Middle Ages,” in *Proceedings of the American Philosophical Society* 107 (6), *Cuneiform Studies and the History of Civilization*, pp. 528-535.

Neugebauer, O. 1969. *The Exact Sciences in Antiquity*, 2nd. edition, New York.

Neugebauer, O. 1981. *The 'Astronomical' Chapters of the Ethiopic Book of Enoch* (72 to 82). Translation and Commentary, København.

Neugebauer, O. 1986. *Οι θετικές επιστήμες στην αρχαιότητα*, μτφρ. Χ. Ζερμπίνη, Ι. Αρζόγλου, Αθήνα.

Neugebauer, O and J. Sachs, 1945. *Mathematical Cuneiform Texts*, New Haven.

Nielsen, J. P. 2018. *The Reign of Nebuchadnezzar I in History and Historical Memory*, New York.

Niels Jahnke, H. 2010. “The Origins of Proof,” in *Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*, ed. G. Hanna, H. Niels Jahnke, H. Pulte, New York/London, pp. 17-32.

Nikulin, D. 2012. “Plato: Testimonia et Fragmenta,” in *The Other Plato: The Tübingen Interpretation of Plato's Inner-Academic Teachings*, ed. D. Nikulin, New York, pp. 1-38.

Nilsson, M. P. 1971. *The Minoan-Mycenaean Religion and Its Survival in Greek Religion*, 2nd. rev. ed., Lund.

O'Brien, J. V. 1993. *The Transformation of Hera: A Study of Ritual, Hero, and the Goddess in the Iliad*, Maryland.

Oelsner, J. 2002. “Hellenization of the Babylonian Culture?,” in *Ideologies as Intercultural Phenomena. Proceedings of the Third Annual Symposium of the Assyrian and Babylonian*

Intellectual Heritage Project (*Melammu Symposia* 3), ed. A. Panaino and G. Pettinato, Milan, pp. 183-196.

Olsen, S. 2002. “The Indefinite Dyad and the Golden Section: Uncovering Plato’s Second Principle,” *Nexus Network Journal* 4 (1), pp. 97-110.

Overmann, K. A. 2018. “Updating the Abstract-Concrete Distinction in Ancient Near Eastern Numbers,” Cuneiform Digital Library Journal 2018:1, pp. 1-22.

Owens, G. 2009. “Was There a Script in Final Neolithic Greece?,” in *Signs of Civilization. Neolithic Symbol System of Southeast Europe*, ed. J. Marler and M. Robbins Dexter, Sebastopol, pp. 193-201.

Paliga, S. 1993. “The tablets of Tărtăria. An enigma ? A reconsideration and further perspectives,” *Dialogues d'histoire ancienne* 19 (1), pp. 9-43.

Papaodysseus, C., M. Panagopoulos, P. Rousopoulos, G. Galanopoulos, and C. Doumas. 2008. “Geometric templates used in the Akrotiri (Thera) wall-paintings,” *Antiquity* 82 (316), pp. 401-408.

Parpola, S. 2000. “The Mesopotamian Soul of Western Culture,” *Bulletin of the Canadian Society for Mesopotamian Studies* 35, pp. 29-34.
Pedde, F. M. 2019. “Hellenistic Burial Mounds near Uruk,” in *Uruk: First City of the Ancient World*, ed. N. Crüsemann, M. van Ess, M. Hilgert, B. Salje, T. Potts, Los Angeles, pp. 310-313.

Perez, J.-P. 2013. “The ‘3 Genomic Numbers’ Discovery: How Our Genome Single-Stranded DNA Sequence Is ‘Self-Designed’ as a Numerical Whole,” *Applied Mathematics* 4 (10B), pp. 37-53.

Petersm J. P. 1905. “The Palace at Nippur Babylonian, Not Parthian,” *AJA* 9 (4), pp. 450-452.

Petrie, C. A. 2002. “Seleucid Uruk: An Analysis of Ceramic Distribution,“ *Iraq* 64, pp. 85-123.

Pope, M. 1960. “The cretulae and the Linear A accounting system,” *BSA* 55, pp. 200-210.

Potts, D. T. 1986. “Dilmun’s further relations: the Syro-Anatolian evidence from the third and second millennia B.C.” in *Bahrain Through The Ages: The Archaeology*, S. H. A. Al Khalifa and M. Rice, New York, pp. 389-398.

Potts, D. T. 1997. *Mesopotamian Civilization: The Material Foundations*, London.

Potts, D. T. 2011. “The politai and the bīt tāmartu: The Seleucid and Parthian Theatres of the Greek Citizens of Babylon,” in *Babylon: Wissenskultur in Orient und Okzident*, ed. E. C. Cancik-Kirschbaum, M. van Ess, J. Marzahn, Berlin / Boston, pp. 239-252.

Preziosi, D. 1983. *Minoan Architectural Design: Formation and Signification* (*Approaches to Semiotics* 63), Berlin / New York / Amsterdam.

Price, D. J. de Solla. 1975. *Science since Babylon*. New Haven.

Ranieri, M. 2008. “The Pythagorean Geometry of the Atreus Tomb at Mycenaea,” *Archaeologia Baltica* 10, pp. 211-214.

Renfrew, C. 1991. *Το Κυκλαδικό Πνεύμα*, Ιδρυμα Ν. Π. Γουλανδρή, New York.

Renfrew, C. 2003. “Special Clay Objects: Cylinders, Stamp Seals, Counters, Biconoids, and Spheres,” in *Prehistoric Sitagroi: Excavations in Northeast Greece, 1968-1970. The Final Report*, ed. E. S. Elster and C. Renfrew, Santa Fe, pp. 403-414.

Ridderstad, M. 2009. “Evidence of Minoan Astronomy and Calendrical Practices,” <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0910/0910.4801.pdf> (31 March 2020).

Riegl, A. 1992. *Problems of Style: Foundations for a History of Ornament*, Princeton.

Robson, E. 2005. “Influence, ignorance, or indifference? Rethinking the relationship between Babylonian and Greek mathematics,” *The British Society for the History of Mathematics Bulletin* 4, pp. 1-17.

Robson, E. 2008. *Mathematics in Ancient Iraq: A Social History*, Princeton / Oxford.

Robson, E. 2019. *Ancient Knowledge Networks. A Social Geography of Cuneiform Scholarship in First-Millennium Assyria and Babylonia*, London.

Rollinger, R., and W. Henkelman. 2009. "New observations on 'Greeks' in the Achaemenid empire according to cuneiform texts from Babylonia and Persepolis," in *Organisation des pouvoirs et contacts culturels dans les pays de l'empire achéménide* (*Persika* 14), ed. P. Briant, M. Chauveau, Paris, pp. 331-351.

Rossi, C. 2003. *Architecture and Mathematics in Ancient Egypt*, Cambridge.

Rossi, C., C. A. Tout. 2002. "Were the Fibonacci Series and the Golden Section Known in Ancient Egypt?," *Historia Mathematica* 29 (2), pp. 101-113.

Rowe, D. E. 2013. "Otto Neugebauer's Vision for Rewriting the History of Ancient Mathematics," *Varia* (*Archéologie des saviors*) 18, pp. 175-196.

Russo, L. 1996. *The Forgotten Revolution: How Science Was Born in 300 BC and Why it Had to be Reborn*, Milano.

Sarton, G. 1936. "Minoan Mathematics," *Isis* 24 (2), pp. 375-381.

Segall, B. 1955. "Sculpture from Arabia Felix. The Hellenistic Period," *AJA* 59 (3), pp. 207-214.

Schaefer, B. E. 2005. "A New Synthesis for the Origin of the Greek Constellations," *Bulletin of the American Astronomical Society* 37, p. 630.

Scurlock, J. 2018. "Mesopotamian Beginnings for Greek Science?," in *Oxford Handbook of Science and Medicine in the Classical World*, ed. P. T. Keyser and J. Scarborough, pp. 1-14.

Seager, R. B. 1912. *Explorations in the Island of Mochlos*, Boston / New York.

Shaohua Zhang. 2009. "The concept of primes and the algorithm for counting the greatest common divisor in Ancient China," *arXiv* (Cornell Univ.), < https://arxiv.org/pdf/0910.0095.pdf> (10 March 2020).

Slater, E. A., P. Bienkowski, C. B. Mee. 2005. *Writing and Ancient Near East Society: Essays in Honor of Alan Millard*, New York / London.

Sparavigna, A. C., M. M. Baldi. 2016a. "Overlapping Circles Grid Drawn with Compass and Straightedge on an Egyptian Artifact of 14th Century BC," 2016 SSRN Electronic Journal, pp. 1-4.

Sparavigna, A. C., M. M. Baldi. 2016b. "A Minoan Geometry for Bisecting and Trisecting the Right Angle," *HAL-Archibes Ouvertes*, < https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01294529/document> (08 January 2020).

Steele, J. M. 2011. "Visual Aspects of the Transmission of Babylonian Astronomy and its Reception into Greek Astronomy," *Annals of Science* 68 (4), pp. 453-465.

Stieglitz, R. R. 1978. "Minoan Mathematics or Music?," *Bulletin of the American Society of Papyrologists* 15, pp. 127-132.

Strootman, R. 2013. "Babylonian, Macedonian, King of the World: The Antiochos Cylinder from Borsippa and Seleucid Imperial Integration," in *Shifting Social Imaginaries in the Hellenistic Period: Narrations, Practices and Images*, ed. E. Stavrianopoulou, Leyden / Boston, pp. 67-98.

Struik, D. J. 1987. *A Concise History of Mathematics*, 4th. ed., New York.

Swerdlow, N. M. 1998. "O. E. Neugebauer," in Biographical Memoirs 75, pp. 215-239.

Swetz, F. 1979. "The Evolution of Mathematics in Ancient China," *Mathematics Magazine* 52 (1), pp. 10-19.

Swetz, F. J. 1986. Rev. of B. L. van der Waerden, *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations* (1983), in *HM* 13 (1), pp. 83-85.

Terr, D. "Colossally Abundant Number," MathWorld--A Wolfram Web Resource, created by E. W. Weisstein, < http://mathworld.wolfram.com/ColossallyAbundantNumber.html> (24 March 2020).

Terr, D. "Superior Highly Composite Number," MathWorld--A Wolfram Web Resource, created by E. W. Weisstein, < http://mathworld.wolfram.com/SuperiorHighlyCompositeNumber.html> (24 March 2020).

Tiles, M. 2002. Rev. of S. Kangshen, J. N. Crossley, A. W.-C. Lun, The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary, in *Philosophy East and West* 52 (3), pp. 386-389.

Tsikritsis, M., X. Moussas, D. Tsikritsis. 2015. "Astronomical and mathematical knowledge and calendars during the early Helladic Era in aegean 'frying pan' vessels," *Mediterranean Archaeology and Archaeometry* 15 (1), pp. 135-149.

Tsikritsis, M., E. Theodossiou, V. N. Manimanis, P. Mantarakis, D. Tsikritsis. 2013. "Minoan Eclipse Calculator," *Mediterranean Archaeology and Archaeometry* 13 (1), pp. 265-275.

Tufnell, O., W. A. Ward. 1966. "Relations between Byblos, Egypt and Mesopotamia at the end of the third millenium B.C. A Study of a Montet Jar," *Syria* 43 (3-4), pp. 165-241.

Van der Waerden, B. L. 1976. "Defence of a 'Shocking' Point of View," *Archive for History of Exact Sciences* 15 (3), pp. 199-210.

Van der Waerden, B. L. 1983. *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations* Berlin.

Van der Waerden, B. L. 1988. *Science Awakening* I, ed. A. Dresden, Groningen.

Van der Waerden, B. L. 2010. *Η Αφύπνιση της Επιστήμης. Αιγυπτιακά, βαβυλωνιακά και ελληνικά μαθηματικά*, μτφ. Γ. Χριστιανίδης, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Vardulakis, A. 2017. "The Zahariou Conjecture and Plato's Hidden Theorem on the Distribution of Primes," in *Ancient Greece and Contemporary World. The Influence of Greek Thought on Philosophy, Science and Technology*, ed. S. A. Paipetis, Athens, pp. 183-191.

Von Arnim, H. 1903. *Stoicorum Veterum Fragmenta Volume 3: Chrysippi Fragmenta Moralia Fragmenta Successorum Chrysippi*, Lipsiae.

Von Rueden, C. 2011. "The Wall paintings of Qatna in Context of Interregional Communication (phd summary)," *Qatna Studien* 2, <https://www.academia.edu/679676/The_Wall_paintings_of_Qatna_in_Context_of_Interregional_Communication_-_Summary_phd> (7 April 2020).

Von Rüden, C. 2017. "Producing Aegeanness – An Innovation and Its Impact in Middle and Late Bronze Age Syria/Northern Levant," in *The Interplay of People and Technologies. Archaeological Case Studies on Innovations* (*Berlin Studies of the Ancient World* 43), ed. S. Burmeister and R. Bernbeck, Berlin, pp. 225-249.
Walsh, C. R. 2016. "The Transmission of Courtly Lifestyles in the Bronze Age Eastern Mediterranean" (diss. Univ. College London).

Walton, M. S., A. Shortland, S. Kirk, P. Degryse. 2009. "Evidence for the trade of Mesopotamian and Egyptian glass to Mycenaean Greece," *Journal of Archaeological Science* 36 (7), pp. 1496-1503.

Weingarten, J. 1995. "Measure for Measure: What the Palaikastro Kouros can tell us about Minoan Society," in *POLITEIA: Society and State in the Aegean Bronze Age* (*Aegaeum* 12), ed. R. Laffineur and W-D. Niemeier, Liège / Austin, pp. 249-264.

Weisstein, E. W. "Brown Numbers," A Wolfram Web Resource, < http://mathworld.wolfram.com/BrownNumbers.html> (24 March 2020).

Wetzel, F., E. F. Schmidt, A. Mallwitz. 1957. *Ausgrabungen der Deutschen Orient-Gesellschaft in Babylon* VIII: *Das Babylon der Spätzeit*, Berlin.

Wiener, M. H. 1984. "Crete and the Cyclades in LM I: The tale of the conical cups," in *The Minoan Thalassocracy: Myth and Reality*, ed. R. Hägg and N. Marinatos, Stockholm, pp. 17-26.

Wood, R. 2012. "After the Achaemenids: exchange, transmission and transformation in the visual culture of Babylonia, Iran and Bactria c.330 – c.100 BC" (diss. Lincoln College, Oxford).

Xanthudidēs, S. A. 1924. *The vaulted tombs of Mesará*, London.

Yoshiko Reed, A. 2014. "'Ancient Jewish Sciences' and the Historiography of Judaism," in *Ancient Jewish Sciences and the History of Knowledge in Second Temple Literature*, ed. J. Ben-Dov and S. Sanders, New York, pp. 195-254.

Γαλλής, Κ. Ι. 1980. "Νέα επιγραφικά ευρήματα από τη Λάρισα," *Αρχαιολογικά Ανάλεκτα εξ Αθηνών* 2, σελ. 246 – 262.

Εξαρχάκος, Θ. Γ., επιστ. υπ. 2001. *Ευκλείδη 'Στοιχεία'* Ι, Αθήνα.

Θεοχάρης, Δ. 1989. *Νεολιθικός Πολιτισμός*, Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης.

Κονιδάρης, Δ. Ν. 2016. *Οι Χετταίοι και ο κόσμος του Αιγαίου*, Αθήνα.

Κονιδάρης, Δ. Ν. 2019a. *Ο Πρώιμος Αιγυπτιακός πολιτισμός και οι αλληλεπιδράσεις με το Αιγαίο*, Αθήνα.

Κονιδάρης, Δ. Ν. 2019b. *Ο Κινεζικός πολιτισμός και οι Ελλαδικές επιδράσεις*, Αθήνα.

Μαραγκού, Χρ. 2013. "Ενδείξεις για τις αρχές της Αριθμητικής και της Γραφής (Νεολιθική εποχή)," *ΠΡΟ-ΙΣΤΟΡΗΜΑΤΑ, Παράρτημα Νο 1, Μελέτες για την προϊστορική Μακεδονία*, επ. Δ. Γραμμένος, σελ. 1-16.

Πανταζή, Α. 2007. "Στατιστικές μέθοδοι αναγνώρισης προτύπων για ταυτοποίηση γεωμετρικών σχημάτων σε σημαντικά αρχαιολογικά ευρήματα" (Διδ. Ε.Μ.Π.).

Πιερρής, Α. Λ. 2010. *Παρμενίδης: Ο Μονισμός του Είναι και ο Δυισμός του Γίγνεσθαι*, Σεμινάρια Ιστορικο-φιλοσοφικού Λόγου, Πάτρα.

Πολυπόρτης, Σπ. 2016. "Η ιστορία της άλγεβρας και η χρήση της στις έρευνες της Διδακτικής" (μετ. δίπλ. ΕΚΠΑ).

Σταμάτης, Ευαγ. 1975. *Ευκλείδου Γεωμετρία. Στοιχεία. Βιβλία 1, 2, 3, 4, τόμος* Ι, Αθήναι.

Φίλη, Χρ. 2011. "Συνοπτικός πίνακας της ανάπτυξης των Μαθηματικών," < https://lisari.blogspot.com/2011/08/blog-post_6088.html> (10 Μαρτίου 2020).

Χριστιανίδης, Γ. 2012. *Θέματα από την Ιστορία των Μαθηματικών*, Ηράκλειο.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. Από την παρουσίαση του βιβλίου: https://www.cup.gr/book/i-afipnisi-tis-epistimis/.

2. Freudenthal 1962, p. 544.

3. Άποψη του Swerdlow αναφερόμενη από τον Rowe (Rowe 2013, p. 133).

4. Rowe 2013, p. 133. O Neugebauer άλλωστε δεν υπήρξε λάτρης της Λατινικής ούτε της Ελληνικής (Swerdlow 1998, pp. 215-216).

5. Rowe 2013.

6. Neugebauer 1957, p. 27.

7. Livio 2002, p. 66; Weisstein; Acerbi 2005, p. 332. Οι θετικοί ακέραιοι 216 και 12960000 αναφέρονται σε στρυφνό απόσπασμα της *Πολιτείας*. Εκεί ο Πλάτων υπαινίσσεται ότι $216 = 6^3$, όπου το 6 είναι ένας από τους αριθούς που αντιπροσωπεύουν τον γάμο, δεδομένου ότι αποτελεί γινόμενο του *θηλυκού* 2 και του *αρσενικού* 3. Ο Πλάτων φαίνεται ότι ήταν γνώστης του γεγονότος ότι το άθροισμα των κύβων της Πυθαγόρειας τριάδας 3-4-5 ισούται με $3^3+4^3+5^3 = 216$.

8. Neugebauer 1963, p. 528.

9. O Neugebauer εξέδωσε την μετάφραση των 'αστρονομικών' κεφαλαίων του Αιθιοπικού βιβλίου του Ενώχ, χαρακτηρίζοντας τις αστρονομικές θέσεις του τεκμηρίου ως πρωτόγονες (Neugebauer 1981).

10. Rowe 2013, p. 175.

11. Πρόκειται για την δημοσίευση το 1935-1937 του σώματος μαθηματικών κειμένων σε σφηνοειδή γραφή *Mathematische Keilschrift-Texte* (MKT). Το 1945 ακολούθησε η έκδοση των *Mathematical cuneiform texts* σε συνεργασία

με τον A. Sachs, εενώ το 1938 ο Francois Thureau-Dangin είχε επίσης δημοσιεύσει τα Textes mathématiques Babyloniens (TMB).

12. Kastanis and Thomaidis 1993, p. 25. O όρος χαρακτηρίζει ερμηνευτική προσέγγιση αλλά και έναν τρόπο αναγνώσεως προτάσεων των Στοιχείων του Ευκλείδου.

13. Van der Waerden 1954, pp. 119, 141.

14. Van der Waerden 1976, pp. 199, 203, 209.

15. Van der Waerden 1983, p. 77; Kastanis, and Thomaidis 1993, pp. 32-33, n. 45.

16. Boyer 1961.

17. Neugebauer 1936, p. 250; Rowe 2013, pp. 182-183.

18. Εξαρχάκος 2001, σελ. 42.

19. Χριστιανίδης 2012, σελ. 49-50.

20. H πινακίδα BM 34568 της περιόδου των Σελευκιδών επαναλαμβάνει ορισμένα προβλήματα της παλαιο – βαβυλωνιακής BM 85196, π.χ. το υπ. αρ. 9.

21. Σταμάτης 1975, σελ. 105-106.

22. Høyrup 1990b, pp. 266-268, fig. 5. O Waerden άλλωστε έχει υποστηρίξει την ύπαρξη ομοιότητος και αντιστοιχίας της βήμα προς βήμα επιλύσεως Βαβυλωνιακών προβλημάτων και αντίστοιχων Ευκλείδιων προτάσεων (Van der Waerden 1976, pp. 203, 209).

23. Neugebauer and Sachs 1945, p. 37.

24. Rowe 2013, p. 181.

25. Kastanis and Thomaidis 1993, pp. 36, 39.

26. Kastanis and Thomaidis 1993, p. 31.

27. Kastanis and Thomaidis 1993, pp. 34-40; Høyrup 1990b, pp. 348-350.

28. Fowler 1999, pp. viii, 364, 407.

29. Rowe 2013, p. 189.

30. O Sarton έχει εκφράσει την έκπληξή του για το θέμα, από το 1936, δεν διαψεύσθηκε δε ούτε αργότερα! (Sarton 1936, p. 376).

31. Αναφέρεται από τον Niels Jahnke (Niels Jahnke 2010, p. 17).

32. Van der Waerden 1983, p. xi.

33. Swetz 1986, p. 84

34. Χριστιανίδης 2012, σελ. 7.

35. Childe 1950. Την έννοια και την σημασία της αστικοποιήσεως (urban revolution) εισήγαγε και μελέτησε ο Childe κ.α.

36. Στην αρχή της Δυναστικής περιόδου (3100 π.Χ.) η Uruk (Ορχόη ή Όρχα) κάλυπτε 1000 χιλ. τ.μ. με την έκταση να έχει τετραπλασιασθεί στος τέλος της περιόδου και τον πληθυσμό να έχει φθάσει τότε περί τους 50000 (Galaty and Parkinson 2007, p. 24; Branigan 2001, p. 42, table 3.2).

37. Ancient History Encyclopedia, s.v. urbanization.

38. Dunn 2011.

39. Dee et al. 2013, pp. 5-9, fig. 4.

40. Θεοχάρης 1989, σελ. 166; Dee et al. 2013, p. 2, fig. 4.

41. Η η πρώτη εμφάνιση της γεωργίας στην Άνω Αίγυπτο προσδιορίζεται στο Badari περί το 5000 π.Χ. Για σύγκριση στην Κνωσσό το άροτρο έχει ήδη υιοθετηθεί από την έβδομη χιλιετία.

42. Η ευρεία χρήση του χαλκού στην Κρήτη χρονολογείται από τα μέσα της τρίτης χιλιετίας, όμως δύο ξιφίδια της ΠΜ Ι από το Κρασί ανασκαφέντα από τον

Μαρινάτο σηματοδοτούν την έναρξη της Πρώιμης Εποχής του Χαλκού. Χάλκινη αιχμή και σταγόνες τετηγμένου χαλκού έχουν ανασκαφεί από θολωτούς τάφους της Μεσόρραχης Σητείας και Λιβαρίου ΝΑ Κρήτης.

43. Βλ. Κονιδάρης 2019a.

44. Ο πάπυρος φυλάσσεται στο Βρεττανικό Μουσείο (EA10058, <https://research.britishmuseum.org/research/collection_online/collection_object_details.aspx?objectId=110036&partId=1>), φέρει την υπογραφή του γραφέα Ahmose, η αντιγραφή του χρονολογείται στην περίοδο βασιλείας του Apophis, όμως το πρωτότυπο φαίνεται ότι εγράφη κατά την XII δυναστεία.

45. Ο πάπυρος φυλάσσεται στην Μόσχα, χρονολογείται δε από την XX – XIII δυναστεία.

46. Neugebauer 1969, p. 72.

47. Van der Waerden 1988, p. 15; Χριστιανίδης 2012, σελ. 2.

48. Preziosi 1983, p. 320; Κονιδάρης 2019a, σελ. 17, 187-189, σημ. 23, 24, 699, 710-712.

49. Χριστιανίδης 2012, σελ. 7.

50. Gheverghese Joseph, pp. 79-81.

51. Wilkinson 1999, p. 12; Petrie and Quibell 1895, p. v.; Capart 1905, p. 284; Owen 2007; Kantor 1944, pp. 119-12; Κονιδάρης 2019a, σελ. 19-20, 250, σημ. 32. Από την άλλη ο Brunton είχε την άποψη ότι μεταξύ του τέλους της περιόδου Badari και της ακολουθήσασας Naqada I υπήρξε κάποιου είδους διακοπή (Baumgartel 1970, p. 474). Από την πλευρά του ο Ward έχει αναφερθεί σε τέτοια πιθανότητα την οποία, όμως, τοποθετεί στα τέλη της Naqada II (Ward 1963, p. 49; Ward 1964, pp. 28, 33-39).

52. Κονιδάρης 2019a, σελ. 20, σημ. 33. Πρόσφατη μελέτη διαπίστωσε στενή σχέση μεταξύ Κεφαλλήνων (Ύστερης Εποχής του Χαλκού) και Κρητών (Εποχής του Χαλκού) από την μία και προδυναστικών Αιγυπτίων από την άλλη, καθώς επίσης διαφοροποίηση μεταξύ προδυναστικών και δυναστικών κατοίκων της Αιγύπτου.

53. Κονιδάρης 2019a, σελ. 19, σημ. 32. Η Baumgartel έχει υποστηρίξει ότι το δέλεαρ του χρυσού της Naqada προσέλκυσε ξένους, πρώτα ως εμπόρους, οι οποίοι τελικά εισέβαλαν στην Άνω Αίγυπτο, πυροδοτώντας την ανάπτυξη του πολιτισμού Naqada II (Baumgartel 1970, p. 480).

54. Κονιδάρης 2019b, σελ. 19, 83-84, σημ. 3_90.

55. Tiles 2002, p. 386; Martzloff 1987, p. 130. Σύμφωνα με τον Martzloff ορισμένα τμήματα του έργου ίσως χρονολογούνται στην περίοδο των πρώιμων Han ή ίσως και ακόμη παλαιότερα.

56. Kangshen, Crossley and Lun 1995.

57. Boyer 1968, p. 218.

58. Needham and Wang Ling 1959, p. 22, fig. 50.

59. Shaohua Zhang 2009, p. 2. Η Χριστίνα Φίλη εμφανίζεται να χρονολογεί τα *Εννέα Κεφάλαια* μεταξύ 3000 και 2000 π.Χ. (Φίλη 2011). Αναλόγως ο Gheverghese Joseph στα πλαίσια των ακραίων αντι – Ευρωκεντρικών απόψεών του τα χρονολογεί στην περίοδο Zhou και ακόμη παλαιότερα (Gheverghese Joseph 2011, p. 189).

60. Needham and Wang Ling 1959, p. 20. Σχολιασμό σχετικών απόψεων του Needham βλ. στον Martzloff (Martzloff 1997, p. 91).

61. Kline 1962, p. 12. Για τον αντίλογο βλ. επί παραδείγματι Swetz (Swetz 1979).

62. Χριστιανίδης 2012, σελ. 31.

63. Gonçalves 2008, pp. 183-184. Από την περίοδο των Σελευκιδών χρονολογούνται οι σφηνοειδείς πινακίδες AO 6456, AO 6484, BM 34 568. Για την συσχέτισή τους με την Ελληνιστική παράδοση μία άποψη (αρνητική) εκφράζεται από τον εδώ αναφερόμενο μελετητή (σελ. 184). Κατά την Ελληνιστική εποχή οι περισσότεροι έγραφαν στην Αραμαϊκή ή Ελληνική σε δέρμα ή πάπυρο, ολίγοι δε μόνον συνέχισαν την γραφή σε πινακίδες με την παλαιότερη σφηνοειδή (Hicks 2018; Petrie 2002, pp. 91-92).

64. Neugebauer 1957, p. 48. Αναφέρεται η περίπτωση εξισώσεως με έναν άγνωστο, ογδόου βαθμού!

65. Η πινακίδα Plimpton 322, ίσως τα παλαιότερο τεκμήριο (1900-1600 π.Χ.) με στοιχεία της θεωρίας των αριθμών, περιλαμβάνει τριάδες αριθμών που ικανοποιούν τον Πυθαγόρειο κανόνα, αν και η άποψη αυτή έχει αμφισβητηθεί έντονα (Πανταζή 2007, σελ. 133-134).

66. Van der Waerden 2010, σελ. 84-85.

67. Neugebauer 1957, p. 48.

68. Neugebauer 1957, p. 2.

69. Την άποψη ενστερνίζεται ομοίως η JoAnn Scurlock, ειδική σε θέματα μαγείας και Βιβλικών μελετών (Scurlock 2018, p. 2).

70. Neugebauer 1957, p. 2.

71. Neugebauer 1957, p. 48.

72. Μαραγκού 2013, σελ. 1.

73. Paliga 1993.

74. Lazarovici, Lazarovici and Merlini 2011, p. 280, n. 1205.

75. Lazarovici, Lazarovici and Merlini 2011, p. 306, fig. X. 34.

76. Στους Σιταγρούς ευρέθησαν μερικοί κυκλικοί ή κωνικοί πήλινοι δίσκοι οι οποίοι ενδεχομένως εχρησιμοποιούντο για την απαρίθμηση (Renfrew 2003, p. 403).

77. Renfrew 2003, p. 408. Από την Dalley έχει εσφαλμένα υποστηριχθεί ότι οι κωνικοί απαριθμητές εμφανίσθηκαν στο Αιγαίο μετά το 3000 π.Χ. (Dalley and Reyes 1998, p. 86).

78. Acharya 2018.

79. Frahm 2019, p. 295.

80. Chiotis 2001.

81. Ranieri 2008.

82. Κονιδάρης 2019a, σελ. 186, σημ. 702-703.

83. Κονιδάρης 2019a, σελ. 187, σημ. 704. Όμως η από μέρους των Αιγυπτίων γνώση της ακολουθίας Fibonacci αμφισβητείται από τους Rossi and Tout (Rossi and Tout 2002).

84. Κονιδάρης 2019a, σελ. 188, σημ. 713.

85. Hammond 2007, p. V30, nn. 88-89. Για παραδείγματα αρχιτεκτονικών σχεδίων από την Αίγυπτο και την Μινωική Κρήτη βλ. Κονιδάρη (Κονιδάρης 2019a, σελ. 187, σημ. 707, 708).

86. Henriksson and Blomberg 2011, p. 66. Οι ανωτέρω υποστηρίζουν τον σκόπιμο προσανατολισμό Μινωικών ανακτόρων και ιερών κορυφής σύμφωνα με

τον ήλιο κατά την ανατολή, ενώ ανάλογη άποψη έχει υποστηρίξει η Ridderstad (Ridderstad 2009, p. 27).

87. Hammond 2007, p. V30, n. 91.

88. Κονιδάρης 2019a, σελ. 181, σημ. 676.

89. Angelidis, Kalambouki, Sotiropoulou and Hamaoui 2018, p. 359.

90. Κονιδάρης 2019a, σελ. 181, σημ. 677.

91. Dendrinos.

92. Sparavigna and Baldi 2016b.

93. Sparavigna and Baldi 2016a. Σχολιάζοντας τις Μινωικές τοιχογραφίες του ανακτόρου G της Αβάριος η Ασλανίδου πιθανολογεί την χρήση διαβήτη, παραπέμποντας και στον Cameron. Χρήση διαβήτη, πάντως, έχει πιστοποιηθεί και σε τράπεζα προσφορών της Αμνισού (Aslanidou 2007, p. 191, nn. 7, 8).

94. Κονιδάρης 2019a, σελ. 181-182, σημ. 678-680.

95. Κονιδάρης 2019a, σελ. 181-182, σημ. 681-682.

96. Mosenkis 2020, pp. 1-2, nn. 129, 130, 136.

97. Tsikritsis, Moussas and Tsikritsis 2015.

98. Πρόκειται για τους M. S. Blomberg, G. Henriksson and P. E. Blomberg, βλ. Mosenkis (Mosenkis 2020, p. 1).

99. Η σχετική αναφορά έχει ως εξής: *πόλον μὲν γὰρ καὶ γνώμονα καὶ τὰ δυώδεκα μέρεα τῆς ἡμέρης παρὰ Βαβυλωνίων ἔμαθον οἱ Ἕλληνες*.

100. Couprie 2011, pp. 28-29. Υπάρχουν αναφορές για την χρήση γνώμονος από την Κινεζική προιστορία (δυναστεία Zhou) όμως είναι ατεκμηρίωτες (Christopher Cullen p. 101).

101. Couprie 2011, p. 28. Πρόκειται για το απόσπασμα DK12A1(1) των Diels & Kranz (Diels and Kranz 1954), ενώ σχετικό είναι και το DK12B1 όπου ο Αναξίμανδρος εμφανίζεται να υπολογίζει τα ηλιοστάσια και τις ισημερίες και να εγκαθιστά ηλιακό ρολόι στην Σπάρτη.

102. Couprie 2011, pp. 36-38, fig. 2.17.

103. Για τους αρχαίους Αιγυπτίους βλ. Isler (Isler 19911, pp. 176-177).

104. Couprie 2011, p. 41, n. 21.

105. Couprie 2011, pp. 41-42, fig. 2.21; Isler 19911, p. 174, fig. 23.

106. Bryan 2000, pp. 262-263.

107. Morgan 2004, p. 286, n. 7.

108. Bryan 2000, pp. 262-263.

109. Βλ. πάπυρο BM Papyrus 10056. Επιπρόσθετα έχει υποστηριχθεί ότι το λεγόμενο ανάκτορο F της Αβάριος (Peru-nefer) υπήρξε Μινωικός σταθμός στα φαραωνικά ναυπηγεία! (MacGillivray 2009).

110. Ενδεικτικά αναφέρουμε τους: L. Goodison, Blomberg - Henriksson, A. Macgillivray, E. Banou, M. Ridderstad, N. Marinatos με το έργο της Minoan Kingship and the Solar Goddess. Σύμφωνα με τους Blomberg and Henriksson η Μινωική αστρονομία παρουσίαζε παρόμοια πρόοδο με αυτήν των Βαβυλωνίων και Αιγυπτίων (Blomberg and Henriksson 2015).

111. Βαβυλωνιακούς αστερισμούς περιλαμβάνει η σειρά πινακίδων MUL.APIN του ογδόου αι. π.Χ.

112. Ridderstad 2009, p. 3.

113. Schaefer 2005.

114. Henriksson and Blomberg 2011, pp. 59, 68.

115. Steele 2011, p. 462.

116. Dempsey 2010, p. 345.

117. Ridderstad 2009, pp. 14-15.

118. Downey 2015.

119. Dempsey 2010, p. 16; Ridderstad 2009, p. 12, Evans 1921, pp. 478-479, 514.

120. Tsikritsis et al. 2013, p. 268.

121. Helmig 2020.

122. McClain 1984, p. 58.

123. Ο Νικόμαχος από την Ελληνιστική Γέρασα ή Αντιόχεια του Χρυσού Ποταμού της σημερινής Ιορδανίας (60-120 μ.Χ.) υπήρξε Πυθαγόρειος φιλόσοφος αλλά κυρίως σπουδαίος μαθηματικός. Συνέγραψε την '*Αριθμητική Εισαγωγή*' αλλά και το '*Εγχειρίδιον Αρμονικής*', στο οποίο υποστήριξε ότι υπάρχει αναλογία μεταξύ αριθμών και μουσικών φθόγγων. Περί των '*καλώς σχηματισμένων*' ή '*καλώς συγκερασμένων*' κλιμάκων (well-formed scales) βλ. Carey (Carey 2011, p. 43; Carey and Clampitt 1989).

124. Δεδομένων δύο πραγματικών αριθμών a και b ο αρμονικός μέσος είναι {2ab/(a+b)} και ο αριθμητικός {(a+b)/2}.

125. Stieglitz 1978, p. 129; Olivier 1992.

126. Stieglitz 1978, p. 129.

127. Pope 1960.

128. Lauer 1955, pl. IV: B; Gates 2011, p. 122; Graham 1970, p. 238; Preziosi 1983, p. 460, fig. IV.30.E; Rossi 2003, p. 79; McInerney 2011a, p. 13. Σύμφωνα με τον Kappraff (Kappraff 2000a; Kappraff 2000b, pp. 53-54) ο Le Corbusier υιοθέτησε τον χρυσό αριθμό ως βάση του σπονδυλωτού αρχιτεκτονικού

σχεδιασμού του. Για την ακολουθία Fibonacci και την σχέση της με την ακολουθία του Νικομάχου βλ. Kappraff (Kappraff 2000b, pp. 45-46, 53).

129. Η χρυσή αναλογία υιοθετήθηκε και στην Μινωική γλυπτική, για παράδειγμα στον *Κούρο του Παλαικάστρου*, βλ. Weingarten (Weingarten 1995, p. 253, n. 21). Η χρήση κανόνος στην γλυπτική του Αιγαίου έχει τις ρίζες της στον Κυκλαδικό πολιτισμό, όπου ακολουθείτο ο τριμερής ή τετραμερής κανόνας, βλ. Renfrew (Renfrew 1991, σελ. 138-141) και Getz-Preziosi (Getz-Preziosi 1980, p. 6).

130. Papaodysseus et al. 2008; Crawly 1997.

131. Nikulin 2012, p. 17. Η αρχή του Ενός συνδέεται με τον μονισμό του Είναι, ενώ η Αόριστος Δυάς με τον δυισμό του γίγνεσθαι, βλ. Πιερρή (Πιερρής 2010). Η Αόριστος Δυάς αναφέρεται και ως '*πλέον καὶ ἔλαττον*', Plat. *Phileb.*25c, Plat.*Phileb.*24c-d.

132. Bulmer-Thomas 1983. Ο λόγος P/Q θετικών ακεραίων μπορεί να τεθεί υπό την μορφή συνεχούς κλάσματος:

$P/Q = a + 1/(b + 1/(c + 1/(d + \dots)))$

συμβολικά δε μπορούμε να γράψουμε:

$P/Q = [a; b, c, d, \dots]$

Είναι αξιοσημείωτο ότι ο χρυσούς αριθμός δίδεται από την σχέση:

$\phi = [1;1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,\dots]$ (ακολουθία A000012 στην On – Line Encyclopedia of Integer Sequences, OEIS).

133. Olsen 2002.

134. Kappraff and Adamson 2009. Δισυμμετρικές μήτρες 2n x 2n ονομάζονται οι αποτελούμενες από 2n γραμμές και 2n στήλες, οι οποίες εμφανίζουν

συμμετρία περί τις δύο κύριες διαγωνίους. Οι τέσσερεις βάσεις του RNA και DNA είναι οι αδενίνη, κυτοσίνη, γουανίνη και ουρακίλη / θυμίνη (A, C, G, U/T) ενώ τα 64 κωδικόνια είναι τριάδες από τις προαναφερθείσες βάσεις. Σύμφωνα με την συνδυαστική το πλήθος των δυνατών συνδυασμών των 4 βάσεων ανά τρείς είναι $4^3 = 64$ (περιλαμβανομένων και επαναλήψεων), εξ ού και το πλήθος των κωδικονίων.

135. Οι αργυροί μέσοι τάξεως N (πρώτου και δευτέρου είδους) είναι λύσεις των εξισώσεων:

$x - 1/x = N$ and $x + 1/x = N$

σημειώνεται δε ότι για N = 1 ο αργυρός μέσος πρώτης τάξεως (πρώτου είδους) ταυτίζεται με τον χρυσό αριθμό.

136. Perez 2013.

137. Neugebauer 1963, p. 528.

138. Vardulakis 2017, p. 188.

139. Vardulakis 2017, p. 188.

140. Vardulakis 2017, p. 189-191.

141. Weisstein.

142. Ο όρος στην Αγγλική είναι: superior highly composite, βλ. σχετική αναφορά του Terr.

143. Ο όρος στην Αγγλική είναι: colossally abundant number ή CA, βλ. σχετική αναφορά του Terr.

144. Hammond 2007, p. V65.

145. O'Brien 1993, p. 33, n. 39. Η θεά ονομάζεται και κυκλική, μάλιστα σημειώνεται ότι οι λέξεις *πόλος – τέλος – κύκλος* είναι συγγενείς (διαγλωσσικά

ομότυπα), ενδεχομένως δε το στέμμα της θεάς στην εκδοχή της της Σπάρτης ονομάστηκε *πυλεών* ή *πυλών* προς ανάδειξη της κυκλικής ή εποχικής φύσεώς της. Ο τάφος όπου η λειψανοθήκη έχει την κωδική ονομασία 107.114.

146. Hammond 2007, p. V66, n. 196; O'Brien 1993, fig. 9a-b.

147. Hammond 2007, p. V66; O'Brien 1993, p. 33.

148. Hammond 2007, p. V67. Πρόκειται για τον μύθο του Τιτάνα *Κοίου* ή *Πόλου*, Apollod. 1.2-3.

149. Hammond 2007, p. V67.

150. Bass 1966.

151. Κονιδάρης 2016, σελ. 144-145, σημ. 398-399.

152. Κονιδάρης 2016, σελ. 65-66, 73-75; Tufnell and Ward 1966.

153. Kenanidis and Papakitsos 2015, p. 344.

154. Walton et al. 2009.

155. Πρόκειται, ενδεχομένως, για σφραγίδες – δώρα των Burna-Buriaš II και Tukulti-Ninurta I.

156. Κονιδάρης 2016, σελ. 232-233, σημ. 871, 872, 873, 874; Koehl 2006, p. 105. Στην Assur έχουν ευρεθεί Ελλαδικά τεχνουργήματα από φαγεντιανή, και τεμάχιο μολύβδου βάρους 30 κιλών φέρον την σφραγίδα του Tukulti-Ninurta I, με πρώτη ύλη προερχόμενη από τα ορυχεία Λαυρίου, επίσης θραύσμα Αιγαιακού ρυτού από το δωμάτιο 5 του ναού της Ishtar. Στο Κασσιτικό ανάκτορο του Dur-Kurigalzu της Μεσοποταμίας αναγνωρίσθηκε Αιγαιακού τύπου τάλαντο. Από την Βαβυλώνα αναφέρεται επίσης η ύπαρξη θραύσματος Μυκηναϊκού αγγείου (Wetzel, Schmidt and Mallwitz 1957, p. 51-52, pl. 47: 1, Bab. 28407). Αιγαιακές επιρροές έχουν αναγνωρισθεί σε Ασσυριακά τεχνουργήματα της

μέσης περιόδου, όπως σε σφραγίσματα (VAT 16364 και VAT 9316) αλλά και σε ελεφαντοστέϊνη πυξίδα ευρεθείσα στον τάφο 45 (VA Ass 1099), φυλασσόμενα στο Vorderasiatisches Museum (Harper et al. 1995, pp. 45-46, 65, 99-100, cat. nr. 63, 65, 45).

157. Fisher 1904, p. 431, fig. 20; Petersm 1905.

158. Marquand 1905.

159. Potts 1997, p. 276.

160. Nilsson 1971, p. 385, n. 60.

161. Seager 1912, pp. 22, 111, fig. 36: 1n. O σφραγιδοκύλινδρος φυλάσσεται στο Αρχαιολογικό Μουσείο Ηρακλείου.

162. Xanthudidēs 1924, p. 116.

163. Κονιδάρης 2019a, σελ. 53-54, σημ. 161, 163; Dalley and Reyes 1998, p. 87.

164. Κονιδάρης 2019a, σελ. 145-146, σημ. 400.

165. Κονιδάρης 2019a, σελ. 145-146, σημ. 401.

166. Κονιδάρης 2019a, σελ. 178-179, σημ. 665.

167. Foster 2018, pp. 353-354; Alberti 2012, p. 123, n. 25.

168. Foster 2018, pp. 351-352.

169. Foster 2018, p. 354, n. 71.

170. Foster 2018, p. 354, nn. 72, 73. Ενδεχομένως πρόκειται για ομοίωμα σκάφους και όχι για λειτουργικό (Dalley and Reyes 1998, p. 87).

171. Alberti 2012, p. 119.

172. Δημοφιλή Μινωικά προϊόντα υπήρξαν τα: δερμάτινα είδη (ζώνες, σανδάλια), μεταλλικά ή κεραμεικά αγγεία, οπλισμός κ.ά.

173. Von Rueden 2011, p. 9.

174. Σύμφωνα με την Alberti: *Όσον αφορά στα τεχνουργήματα που στα κείμενα του Mari ονομάζονται 'Κρητικά', είναι η επιθυμία για κάτι 'Κρητικό' που έχει σημασία: όχι τόσο εάν παρήχθη πραγματικά στην Κρήτη ή αν αποτελεί τοπικό έργο σε απομίμηση* (Alberti 2012, p. 124). Αναλόγως η Von Rüden γράφει για την ιδιαίτερη σημασία που αποδιδόταν στα Κρητικά τεχνουργήματα (Von Rüden 2017, p. 241, n. 49), τα οποία χαρακτηρίζονται ως σηματοδοτούντα την ηγέτιδα κοινωνική ομάδα (elite-markers).

175. Von Rüden 2017, pp. 240-241, n. 48. Η Rüden διαπιστώνει ότι η εισαγωγή Αιγαιακών διακοσμητικών θεμάτων, καλλιτεχνικών συμβάσεων και υφολογικών στοιχείων στην Συρία ήκμασε κυρίως κατά τον δέκατο τέταρτο και δέκατο τρίτο αι. π.Χ. Αυτή η εισαγωγή *Αιγαιακότητος* εκφράσθηκε στην κατασκευή πολυτελών προϊόντων όπως αυτά από ελεφαντοστούν, σε αγγεία ή σφραγίδες από μέταλλο κ.ά. τεχνουργήματα προοριζόμενα για την ανώτερη τάξη.

176. Von Rüden 2017, p. 241, n. 50; Riegl 1992, p. 330.

177. Walsh 2016.

178. Ο όρος Λεβαντίνικο – Ελλαδικός επινοήθηκε αρχικώς από την Σουηδική αρχαιολογική αποστολή στην Κύπρο, έγινε δε αποδεκτός ως Λεβαντίνικο – Μυκηναϊκός από τον Furumark, ο οποίος ανέλυσε το θέμα αναφορικά με την κεραμεική. Άλλοι ερευνητές προτίμησαν τον όρο διεθνές ύφος.

179. Κονιδάρης 2016, σελ. 141, σημ. 187.

180. Κονιδάρης 2016, σελ. 79-80. Αιγαιανίζουσα οροφογραφία από το ανάκτορα στα Malqata φυλάσσεται στο The Metropolitan Museum of Art, υπό αρ. 11.215.451.

181. Κονιδάρης 2016, σελ. 79-80; Von Rueden 2011. Για περισσότερα βλ. την ιστοσελίδα του 'The Tell el-Dabca Wall Paintings Project': < http://www.wall-paintings-ted.de/index.html>.

182. Κονιδάρης 2016, σελ. 51-80.

183. Bryce 2009, p. 517; Koehl 2013, p. 175. Βλ. επίσης: Jewish Virtual Library, s.v. Nuzi.

184. Κονιδάρης 2016, σελ. 178, σημ. 515.

185. Bietak 2013, p. 199, n. 34. Ο όρος επινοήθηκε από τον Wiener (Wiener 1984, 2016), αναφέρεται δε στον μηχανισμό πολιτιστικής και άλλης επιρροής από μία κοινωνία σε άλλη, ο οποίος δεν συνοδεύεται από σημαντική μετακίνηση ανθρώπων αλλά βασίζεται στο κύρος και χαρακτηρίζεται από την αποδοχή – υιοθέτηση πολιτιστικού ιδιώματος. Με το ίδιο υπόδειγμα εξετάζεται από τον Wiener η σχέση και αλληλεπίδραση της Μινωικής Κρήτης με την υπόλοιπη ηπειρωτική Ελλαδική χώρα (Wiener 1984, p. 25). Η διάδοση αρχιτεκτονικών χαρακτηριστικών της Μινωικής Κνωσσού στο υπόλοιπο νησί και πέραν αυτού (Ψείρα κ.λπ.) ονομάστηκε επίσης Κνωσσοποίηση ή σύνδρομο Βερσαλλιών, βλ. McEnroe (McEnroe 2010, p. 89).

186. Wiener 1984, p. 17. Πρόκειται για την εκτεταμένη απομίμηση των ανακτόρων των Βερσαλλιών του 18ου αιώνος από την Γερμανία κατά την διάρκεια και μετά τον Τριακονταετή Πόλεμο (1618 - 1648), με την διαδικασία να πυροδοτείται εν μέρει από την άφιξη των Ουγενότων μεταναστών.

187. Κονιδάρης 2016, σελ. 144. Χαρακτηριστική είναι η παλαιο – Βαβυλωνιακή πινακίδα YPM BC 004651 που αφορά στην αποστολή υφασμάτων από την Assur στο εμπορείο του Kültepe (Lassen and Wagensonner 2020, pp. 62-63).

188. Κονιδάρης 2019a, σελ. 225-226, σημ. 848.

189. Ο Παν – Βαβυλωνιασμός υπήρξε σχολή στα πλαίσια της Ασσυριολογίας και των θρησκευτικών σπουδών η οποία θεωρεί την Εβραϊκή Βίβλο και τον Ιουδαϊσμό ως προερχόμενα από τον Βαβυλωνιακό πολιτισμό και μυθολογία (Jones, Proust and Steele 2016, p. 285). Στο κλίμα του ίδου ρεύματος κινείται και ο S. Parpola (Parpola 2000).

190. Robson 2019, p. 198, n. 94.

191. Potts 1997, p. 277. Σε οικίες της Ur της Αχαιμενιδικής περιόδου ανεσκάφησαν από τον Woolley Ελληνικά τεκμήρια.

192. Rollinger and Henkelman 2009, pp. 343-347. Έλληνες μισθοφόροι των Βαβυλωνίων αναφέρεται ότι έλαβαν μέρος στην επίθεση κατά της Ασκάλωνος - Askalon κτά το 604 π.Χ. (Gräff 2011, p. 78, n. 418), μεταξύ αυτών δε περιλαμβανόταν ο Αντιμενίδας, αδελφός του ποιητού Αλκαίου (Lipiński 2006, p. 159, n. 374).

193. Κονιδάρης 2016, pp. 47, σημ. 78-79.

194. Gräff 2011, pp. 36-41.

195. Gräff 2011, pp. 42-45.

196. Gräff 2011, pp. 45-70. Άλλωστε οι Έλληνες τεχνίτες έχαιραν ιδιαίτερης εκτιμήσεως από τους Ασσυρίους για τις ικανότητές του (ό.π. n. 390).

197. Η Tayma υπήρξε σημαντικός εμπορικός κόμβος του εμπορίου αρωματικών υλών, σιδήρου κ.ά. κατά την τελευταία π.Χ. χιλιετία, στο παρελθόν δε είχε συσχετισθεί με τον Ελληνικό κόσμο, κυρίως μέσω των Αιγαιακής επιρροής Μαδιανιτών (Κονιδάρης 2019a, σελ. 235, σημ. 881). Από την υπό συζήτηση περίοδο προέρχονται επίσης βραχογραφίες της ευρύτερης περιοχής της Tayma

οι οποίες πιθανολογείται ότι περιέχουν και Ελληνικά ονόματα, γραμμένα όμως στην τοπική γραφή (Slater, Bienkowski and Mee 2005, p. 36) πιθανώς συσχετιζόμενα με εμπορική δραστηριότητα.

198. Gräff 2011, p. 15, nn. 425-430.

199. Clay 1913, pp. 16-18; Potts 1997, p. 292; Kose 2019, pp. 304, 308; Robson 2019, pp. 180-182, 234, nn. 141, 142; Petrie 2002, pp. 90-91. Για το γενεαλογικό δένδρο της οικογένειας Ahutu, με μέλη τον Νίκανδρο και Κεφάλωνα, βλ. Lindström (Lindström 2003, fig. 7).

200. Robson 2019, pp. 248, n. 94; Strootman 2013, p. 84; Kirk 1935, p. 223, n. 4; Gräff 2011, pp. 170-179. Την άποψη έχουν υποστηρίξει και οι Clancier και Monerie, σύμφωνα με αναφορά της Robson. Στην Βαβυλώνα είχε ανεγερθεί Ελληνικό θέατρο, *bīt tāmartu* κατά τους Μεσοποτάμιους, χώρος ο οποίος πέραν της καλλιτεχνικής διέθετε και πολιτική λειτουργία, με τις εκεί δραστηριότητες να παρακολουθούνται από τους πολίτες - θεατές (Potts 2011, p. 246).

201. Dalley and Reyes 1998, p. 114. Ανάλογη άποψη εμφανίζεται να στηρίζει και ο Ιωακείμ Oelsner (Oelsner 2002, p. 191).

202. Γαλλής 1980, σελ. 251. Πρόκειται για την επιγραφή SEG 31.576.

203. Von Arnim 1903, p. 210; Yoshiko Reed 2014, p. 181, n. 81.

204. Petrie 2002, p. 85; Grainger 1997, p. 792.

205. Pedde 2019, pp. 304, 308.

206. Potts 1997, p. 300; Robson 2019, p. 180.

207. Robson 2008, p. 287. Η ίδια ερευνήτρια αναφέρεται υποτιμητικά στους Έλληνες μαθηματικούς, συγκρίνοντάς τους με τους νέο – Βαβυλώνιους: '*η συρρικνούμενη, απομονωμένη, συντηρητική κοινότητα αστρονόμων - ιερέων στην*

Ελληνιστική Βαβυλωνία δεν είχε τίποτε κοινό με τους πατρικίους (ευγενείς) αμειβόμενους μαθηματικούς της Μεσογείου της ίδιας περιόδου' (Robson 2005, p. 14).

208. Nielsen 2018, n. 59.

209. Robson 2008, pp. 760-761. Άς σημειωθεί ότι στο Βαβυλωνιακό *Χρονικό περί του Αλεξάνδρου και της Αραβίας* (BCHP 2), όπως και σε άλλες περιπτώσεις, οι Μακεδόνες αποκαλούντο Hanaeans (Ha-ni-e), δηλαδή με το όνομα παλαιού Βαβυλωνιακού βασιλείου του μέσου Εφράτη (livius.org, s.v. BCHP 2 (Alexander and Arabia Chronicle). Πάντως για τον ευρύ και βαθύ εξελληνισμό του πολιτισμού της νότιας Αραβίας κατά τους τελευταίους προ-χριστιανικούς αιώνες βλ. Segall (Segall 1955).

210. Wood 2012, pp. 59-60. Μεταξύ των ταφικών αναθημάτων των τύμβων της Σελευκίδειας περιόδου ξεχωρίζουν και επίχρυσες *στλεγγίδες*, χρησιμοποιούμενες για την απολέπιση των Μακεδόνων αριστοκρατών εν συνεχεία αθλητικών δραστηριοτήτων. Τέτοιες δραστηριότητες έχουν επιβεβαιωθεί στην Βαβυλώνα και την Σελεύκεια επί του Ευλαίου (Σούσα) της Ελληνιστικής περιόδου (Kirk 1935, p. 226, n. 2).

211. Baker 2013, pp. 52-54, 62, n. 13.

212. livius.org, s.v. The Babylon Gymnasium Inscription. Η επιγραφή φυλάσσεται στο Μουσίου Λούβρου.

213. Κονιδάρης 2019a, σελ. 224-225, σημ. 844, 845. Άλλωστε παρόμοια Ελληνιστικά κεραμεικά έχουν ανασκαφεί στην Φαϊλάκα, Janussan (Bahrain), Ayn Jawan, Susa, Σελεύκεια, Uruk, Nimrud κ.α. (Potts 1986, p. 702, nn. 222-227).

214. Baker 2013, p. 54; Petrie 2002, pp. 104-105; Wood 2012, pp. 59-60.

215. Petrie 2002, pp. 94-104.

216. Wood 2012, p. 40; Wetzel, Schmidt and Mallwitz 1957, pp. 24, 46-47, pls. 23: c-d, pl. 29.

216. Wetzel, Schmidt and Mallwitz 1957, p. 33.

218. Wetzel, Schmidt and Mallwitz 1957, p. 68, pl. 30: d. Η ίδια τεχνική έχει χρησιμοποιηθεί από Αιγαίους τεχνικούς στην διακόσμηση του Αιγυπτιακού ανακτόρου στα Malkata, βλ. Κονιδάρη (Κονιδάρης 2019a, σελ. 218, σημ. 820).

219. Encyclopaedia Brittanica, s.v. Incrustation style, ROMAN ART, Alternative Titles: First Pompeian style, First style.

220. Kose 2013; Fügert and Gries 2020, p. 12.

221. Frahm 2020, p. 53. Στην κεραμεική πινακίδα YPM BC 025428 από την Ορχόη (Uruk), χρονολογούμενη την περίοδο 189-187 π.Χ., αναφέρεται η δωρεά σκλάβων στο ιερό, από μέρους Ελληνίδας με το όνομα Šamê-rammata / Σεμίραμις ή Κρατώ.

222. Overmann 2018, p. 5, table 1.

223. Οστέϊνα πλακίδια από τον τάφο U-j της Αβύδου θεωρούνται ως περιέχοντα και αριθμητικά σύμβολα.

224. D'Onofrio 2007. Για την ανεύρεση πήλινων απαριθμητών (token) στην Νεολιθική Κνωσσό βλ. Evans (Evans et al. 1964, p. 235, fig. 8.1).

225. Owens 2009.

226. Heath 1921, p. v.; Kline 1990, p. 3.

227. Beth and Piaget 1974, p. xiv.

228. Price 1975, pp. 15-16.

229. Cort MacLean Johns 2019, p. 56.

230. Price 1975, pp. 15-16; Cort MacLean Johns 2019, p. 56.

231. Struik 1987, p. 31; Niels Jahnke 2010, p. 17.

232. Russo 1996, p. 34.

233. Gheverghese Joseph 2011, p. 121.

234. Katz 1998, pp. 10–11.